**2016年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)**

**理科数学**

 **本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，共4页。满分150分。考试用时120分钟。考试结束后，将将本试卷和答题卡一并交回。**

**注意事项：**

 **1.答卷前，考生务必用0.5毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上。**

 **2.第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，在选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。**

 **3. 第Ⅱ卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。**

 **4.填空题直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

**参考公式：**

 **如果事件A,B互斥，那么P(A+B)=P(A)+P(B).**

**第Ⅰ卷（共50分）**

1. **选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的**

（1）若复数*z*满足其中i为虚数单位，则*z*=

（A）1+2i （B）12i （C） （D）

（2）设集合则=

（A） （B） （C） （D）

（3）某高校调查了200名学生每周的自习时间（单位：小时），制成了如图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是，样本数据分组为 .根据直方图，这200名学生中每周的自习时间不少于22.5小时的人数是

（A）56 （B）60

（C）120 （D）140

（4）若变量*x*，*y*满足则的最大值是

（A）4 （B）9 （C）10 （D）12

（5）一个由半球和四棱锥组成的几何体，其三视图如图所示.则该几何体的体积为



（A）（B）（C）（D）

（6）已知直线*a*，*b*分别在两个不同的平面*α*，*β*内.则“直线*a*和直线*b*相交”是“平面*α*和平面*β*相交”的

（A）充分不必要条件（B）必要不充分条件学.科.网

（C）充要条件（D）既不充分也不必要条件

（7）函数*f*（*x*）=（sin*x*+cos*x*）（cos*x* –sin*x*）的最小正周期是

（A）（B）π （C）（D）2π

（8）已知非零向量***m***，***n***满足4│***m***│=3│***n***│，cos<***m***，***n***>=.若***n***⊥（*t****m***+***n***），则实数*t*的值为

（A）4 （B）–4 （C）（D）–

（9）已知函数*f*(*x*)的定义域为**R**.当*x*<0时，；当时，；当时， .则*f*(6)=

（A）−2（B）−1（C）0（D）2

（10）若函数*y*=*f*(*x*)的图象上存在两点，学科.网使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称*y*=*f*(*x*)具有T性质.下列函数中具有T性质的是

（A）*y*=sin*x*（B）*y*=ln*x*（C）*y*=*ex*（D）*y*=*x*3

第Ⅱ卷（共100分）

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分。

（11）执行右边的程序框图，若输入的*a*,*b*的值分别为0和9，则输出的*i*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

 (12)若（a*x*2+）3的展开式中*x*3的系数是—80，则实数a=\_\_\_\_\_\_\_.

（13）已知双曲线E1：（*a*＞0，*b*＞0），若矩形*ABCD*的四个顶点在*E*上，*AB*，*CD*的中点为*E*的两个焦点，且2|*AB*|=3|*BC*|，则E的离心率是\_\_\_\_\_\_\_.

（14）在上随机地取一个数*k*，则事件“直线*y*=*kx*与圆相交”发生的概率为 .

（15）已知函数其中，学.科网若存在实数*b*，使得关于*x*的方程*f*（*x*）*=b*有三个不同的根，则*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

三、解答题：本答题共6小题，共75分。

（16）（本小题满分12分）

在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知

（Ⅰ）证明：*a*+*b*=2*c*;

（Ⅱ）求cos*C*的最小值.

17.在如图所示的圆台中，*AC*是下底面圆*O*的直径，*EF*是上底面圆*O*的直径，*FB*是圆台的一条母线.

（I）已知*G*,*H*分别为*EC*，*FB*的中点，求证：*GH*∥平面*ABC*；

（II）已知*EF*=*FB*=*AC*=*AB*=*BC*.求二面角的余弦值.



（18）（本小题满分12分）

已知数列的前*n*项和S*n*=3*n*2+8*n*，是等差数列，且

（Ⅰ）求数列的通项公式；

（Ⅱ）另求数列的前*n*项和*Tn*.

（19）（本小题满分12分）

甲、乙两人组成“星队”参加猜成语活动，每轮活动由甲、乙各猜一个成语，在一轮活动中，如果两人都猜对，则“星队”得3分；如果只有一个人猜对，则“星队”得1分；如果两人都没猜对，则“星队”得0分。已知甲每轮猜对的概率是，乙每轮猜对的概率是；每轮活动中甲、乙猜对与否互不影响。各轮结果亦互不影响。假设“星队”参加两轮活动，求：

（I）“星队”至少猜对3个成语的概率；

（II）“星队”两轮得分之和为X的分布列和数学期望EX

(20)(本小题满分13分)

已知.

（I）讨论的单调性；

（II）当时，证明对于任意的成立

（21）本小题满分14分）
平面直角坐标系中，椭圆C： 的离心率是，抛物线E：的焦点F是C的一个顶点。
（I）求椭圆C的方程；

（II）设P是E上的动点，且位于第一象限，E在点P处的切线与C交与不同的两点A，B，线段AB的中点为D，学科&网直线OD与过P且垂直于x轴的直线交于点M.

（i）求证：点M在定直线上;

（ii）直线与y轴交于点G，记的面积为，的面积为，求的最大值及取得最大值时点P的坐标.

**2016年普听高等学校招生全国统一考试(山东卷)**

**理科数学试题参考答案**

一、选择题

（1）【答案】B

（2）【答案】C

（3）【答案】D

（4）【答案】C

（5）【答案】C

（6）【答案】A

（7）【答案】B

（8）【答案】B

（9）【答案】D

（10）【答案】A

第Ⅱ卷（共100分）

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分.

（11）【答案】3

（12）【答案】-2

（13）【答案】2

（14）【答案】

（15）【答案】

三、解答题

（16）

解析：由题意知，

化简得，

即.

因为,

所以.

从而.

由正弦定理得.

由知,

所以 ，

当且仅当时，等号成立.

故 的最小值为.

考点：两角和的正弦公式、正切公式、正弦定理、余弦定理及基本不等式.

（17）

（I）证明：设的中点为,连接,

在,因为是的中点，所以

又所以

在中，因为是的中点，所以，

又,所以平面平面，

因为平面，所以平面.

（II）**解法一**：

连接,则平面，

又且是圆的直径，所以

以为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，

由题意得，，过点作于点，

所以

可得

故.

设是平面的一个法向量.

由

可得

可得平面的一个法向量

因为平面的一个法向量

所以.

所以二面角的余弦值为.

**解法二**：

连接，过点作于点，

则有,

又平面，

所以*FM*⊥平面*ABC,*

可得

过点作于点，连接，

可得,

从而为二面角的平面角.

又,是圆的直径，

所以

从而，可得

所以二面角的余弦值为.

考点：空间平行判定与性质；异面直线所成角的计算；空间想象能力，推理论证能力

（18）

（Ⅰ）由题意知当时，，

当时，，

所以.

设数列的公差为，

由，即，可解得，

所以.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，

又，

得，

，

两式作差，得





所以

考点：数列前*n*项和与第*n*项的关系；等差数列定义与通项公式；错位相减法

（19）

(Ⅰ)记事件A:“甲第一轮猜对”，记事件B：“乙第一轮猜对”，

记事件C：“甲第二轮猜对”，记事件D：“乙第二轮猜对”，

记事件E：“‘星队’至少猜对3个成语”.

由题意，

由事件的独立性与互斥性，



 

  ,

所以“星队”至少猜对3个成语的概率为.

 (Ⅱ)由题意，随机变量*X*的可能取值为0,1,2,3,4,6.

由事件的独立性与互斥性，得

 ,

,

 ,

 ,

 ,

.

可得随机变量*X*的分布列为

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| *P* |  |  |  |  |  |  |

所以数学期望.

考点：独立事件的概率公式和互斥事件的概率加法公式；分布列和数学期望

 (20)

（Ⅰ）的定义域为；

.

当， 时，，单调递增；

，单调递减.

当时，.

（1），，

当或时，，单调递增；

当时，，单调递减；

（2）时，，在内，，单调递增；

（3）时，，

当或时，，单调递增；

当时，，单调递减.

综上所述，

当时，函数在内单调递增，在内单调递减；

当时，在内单调递增，在内单调递减，在 内单调递增；

当时，在内单调递增；

当，在内单调递增，在内单调递减，在内单调递增.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，时，



，，

令，.

则，

由可得，当且仅当时取得等号.

又，

设，则在单调递减，

因为，

所以在上存在使得 时，时，，

所以函数在上单调递增；在上单调递减，

由于，因此，当且仅当取得等号，

所以，

即对于任意的恒成立。

考点：利用导函数判断函数的单调性；分类讨论思想.

（21）

（Ⅰ）由题意知，可得：.

因为抛物线的焦点为，所以，

所以椭圆*C*的方程为.

（Ⅱ）（i）设，由可得，

所以直线的斜率为，

因此直线的方程为，即.

设，联立方程

得，

由，得且，

因此,

将其代入得，

因为，所以直线方程为.

联立方程，得点的纵坐标为，

即点在定直线上.

（ii）由（i）知直线方程为，

令得，所以，

又，

所以，

，

所以，

令，则，

当，即时，取得最大值，此时，满足，

所以点的坐标为，因此的最大值为，此时点的坐标为.

考点：椭圆方程；直线和抛物线的关系；二次函数求最值；运算求解能力.