西安中学高2021届高三第四次月考

数学（文）试题

一、选择题（本大题共**12**小题，共**60.0**分）

1. 定义集合*A*与*B*的“差集”为：且，若集合2，3，4，，3，，则为

A. *M* B. *N* C. 4， D.

1. 已知*i*为虚数单位，复数若，则*a*的取值范围是

A. B. C. D.

1. 已知单位向量与的夹角为，若与垂直，则实数*x*的值为

A. B. C. D.

1. 下列选项中，说法正确的是

A. “，”的否定是“，”
B. 若向量，满足，则与的夹角为钝角
C. 若 ，则
D. “”是“”的必要条件

1. 执行如图所示的程序框图，输出的*s*值为
A. B. C. D.
2. 一个几何体的三视图如图所示，其中正视图中矩形的高为4，俯视图是一个半圆内切于边长为4的正方形，则该几何体的体积为

A.
B.
C.
D.

1. 幂函数，当*a*取不同的正数时，在区间上它们的图象是一组美丽的曲线如图，设点，，连结*AB*，线段*AB*恰好被其中的两个幂函数，的图象三等分，即有，那么

A. 0 B. 1 C. D. 2

|  |
| --- |
|  |
|  |

1. 在平面直角坐标系*xOy*中，角的顶点为*O*，始边与*x*轴正半轴重合，终边过点，且，则

A. B. C. D.

1. 函数的部分图象如图所示，则


A. 6 B. 4 C. D.

1. 在底边边长为2的正四棱锥中，异面直线*PC*与*AD*所成角的正切值为3，则四棱锥外接球的表面积为

A. B. C. D.

1. 函数存在极值点，则实数*a*的取值范围为

A. B.
C. 或 D. 或

1. 正方体的棱长为2，*E*，*F*，*G*分别为*BC*，，的中点，则

A. 直线与直线*AF*垂直
B. 直线与平面*AEF*不平行
C. 平面*AEF*截正方体所得的截面面积为
D. 点*C*与点*G*到平面*AEF*的距离相等

|  |
| --- |
|  |

二、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 方程sin*x* = lg*x*的实根有\_\_\_\_\_\_个
2. 设等差数列的前*n*项和为，若，，则当取最小值时，*n*等于\_\_\_\_\_\_．
3. 如图，一辆汽车在一条水平的公路上向正西行驶，到*A*处时测得公路北侧一山底C在西偏北的方向上，行驶600*m*后到达*B*处，测得此山底C在西偏北的方向上，山顶D的仰角为，则此山的高度\_\_\_\_\_\_

1. 关于函数*x*，有下列命题：

其图象关于*y*轴对称；当*x*时，是增函数；当*x*时，是减函数；

的最小值是；在区间、上是增函数；

无最大值，也无最小值．其中所有正确命题的序号是          ．

三、解答题**:**(共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22，23题为选考题，考生根据要求作答.)

1. 已知等比数列的前*n*项和为，，且，，成等差数列．
求数列的通项公式；
设，求数列的前*n*项和
2. 某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费对年销售量单位：的影响．该公司对近5年的年宣传费和年销售量数据进行了研究，发现年宣传费万元和年销售量单位：具有线性相关关系，并对数据作了初步处理，得到下面的一些统计量的值．

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 万元 | 2 | 4 | 5 | 3 | 6 |
| 单位： |  | 4 |  | 3 | 6 |

(1)根据表中数据建立年销售量*y*关于年宣传费*x*的回归方程；

(2)已知这种产品的年利润*z*与*x*，*y*的关系为，根据中的结果回答下列问题：
当年宣传费为10万元时，年销售量及年利润的预报值是多少？
估算该公司应该投入多少宣传费，才能使得年利润与年宣传费的比值最大．
附：回归方程中的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为



参考数据：,

1. 在中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且．
求角*A*的大小；
若的面积为，且，求*a*．
2. 如图所示的多面体中，四边形*ABCD*是正方形，平面平面*ABCD*，，，．
Ⅰ求证：；
Ⅱ求点*D*到平面*BCF*的距离．

1. 已知函数．
若，求函数的极值和单调区间；
若在区间上至少存在一点，使得成立，求实数*a*的取值范围．
2. 已知直线的参数方程为为参数)，曲线*C*的参数方程为 (为参数).(Ⅰ) 若在极坐标系(与直角坐标系*xOy*取相同的长度单位，且以原点*O*为极点，以*x*轴正半轴为极轴)中，点*P*的极坐标为，判断点*P*与直线l的位置关系；

(Ⅱ)设点*Q*是曲线*C*上的一个动点，求点*Q*到直线的距离的最小值与最大值。[来源:学,科,网]

1. 已知函数，，且的解集为．
求*m*的值；若*a*，*b*，*c*都为正数，且，证明：．
[来源:Z,xx,k.Com]

西安中学高2021届高三第四次月考

数学（文）答案

一、选择题： CABDB AABAB. DC

二、填空题：13.3． 14. 6 15. 16.

17.【答案】解：在比数列中，由，得，，
，，成等差数列，
．
从而有，
；
由，且，
得，

18.【答案】解：，．
，．
关于*x*的线性回归方程为；
由知，当时，年销售量*y*的预报值，
年利润*z*的预报值；
，
，
，当且仅当，即时取等号．
．
该公司应该投入5万元宣传费，才能使得年利润与年宣传费的比值最大．

19.【答案】解：在中，，
由正弦定理可得：，即：，
，可得：，
为三角形内角，，
，
又，
．
，且的面积为，
解得：，
，，
，整理可得：，
，整理可得：．

20.【答案】解：Ⅰ四边形*ABCD*是正方形，，
又平面平面*ABCD*，平面平面，面*ABCD*，
平面*ADE*，分
又平面*ADE*，，分．
在中，，，，
由余弦定理得，，，分
又，平面分
又平面分
 Ⅱ过点*E*做交*AD*于点*H*，连结*FD*．
平面平面*ABCD*，平面平面，平面*ADE*，
平面*ABCD*，在中，分
又，面*ABCD*，面*ABCD*面到面*ABCD*的距离等于*F*到面*ABCD*的距离分，
分
在直角梯形*EFBA*中，，，，，可得，
分
设*D*点到平面*BFC*的距离为*d*，，
即，点*D*到平面*BCF*的距离分

21.【答案】解：因为，分
当，，
令，得，分
又的定义域为，，随*x*的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* |  | 1 |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极小值 |  |

所以时，的极小值为分
的单调递增区间为，单调递减区间为；分
，．
令，得到，
若在区间上存在一点，使得成立，
其充要条件是在区间上的最小值小于0即可．
当，即时，对成立，
在区间上单调递减，
故在区间上的最小值为，
由，得；
当，即时，
若，则对成立，
在区间上单调递减，
在区间上的最小值为，
显然，在区间上的最小值小于0不成立．
若，即时，则有

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* |  |  |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极小值 |  |

在区间上的最小值为，
由，
得，解得，即．
综上，由可知：．
22.【答案】(1)将点化为直角坐标得，

直线的普通方程为，显然点不满足直线的方程，

所以点不在直线上.

(2)因为点在曲线上，故可设点，

点到直线：的距离为

，

所以当时，；

当时，.

故点到直线的距离的最小值为，最大值为.
23.【答案】解：由得得，
因为的解集为，
所以．
证明：由得，
所以．
当且仅当时取等号，所以成立．