**绝密★启用前**

2020年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数 学

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共4页，选择题部分1至2页；非选择题部分3至4页。满分150分。考试用时120分钟。

考生注意：

1．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上。

2．答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

**参考公式：**

|  |  |
| --- | --- |
| 如果事件*A*，*B*互斥，那么如果事件*A*，*B*相互独立，那么如果事件*A*在一次试验中发生的概率是*p*，那么*n*次独立重复试验中事件*A*恰好发生*k*次的概率台体的体积公式其中分别表示台体的上、下底面积，表示台体的高 | 柱体的体积公式其中表示柱体的底面积，表示柱体的高锥体的体积公式其中表示锥体的底面积，表示锥体的高球的表面积公式球的体积公式其中表示球的半径 |

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合*P*=，*Q=*，则*P**Q*=

A． B．

C． D．

2．已知*a*∈**R**，若*a*–1+(*a*–2)i(i为虚数单位)是实数，则*a*=

A．1 B．–1 C．2 D．–2

3．若实数*x*，*y*满足约束条件，则的取值范围是

A． B． C． D．

4．函数*y*=*x*cos *x*+sin *x*在区间[–π，π]上的图象可能是



5．某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则该几何体的体积（单位：cm3）是



A． B． C．3 D．6

6．已知空间中不过同一点的三条直线*l*，*m*，*n*．“*l* ，*m*，*n*共面”是“*l* ，*m*，*n*两两相交”的

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充分必要条件

D．既不充分也不必要条件

7．已知等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，公差，且．记，，，下列等式不可能成立的是

A． B． C． D．

8．已知点*O*（0，0），*A*（–2，0），*B*（2，0）．设点*P*满足|*PA*|–|*PB*|=2，且*P*为函数图象上的点，则|*OP*|=

A． B． C． D．

9．已知*a*，*b***R**且*ab*≠0，对于任意*x*≥0均有(*x*–*a*)(*x–b*)(*x–*2*a–b*)≥0，则

A．*a*<0 B．*a*>0 C．*b*<0 D．*b*>0

10．设集合*S*，*T*，*S***N***\**，*T***N***\**，*S*，*T*中至少有2个元素，且*S*，*T*满足：①对于任意的*x*，*y**S*，若*x*≠*y*，则*xy**T*；②对于任意的*x*，*y**T*，若*x*<*y*，则*S*．下列命题正确的是

A．若*S*有4个元素，则*S*∪*T*有7个元素

B．若*S*有4个元素，则*S*∪*T*有6个元素

C．若*S*有3个元素，则*S*∪*T*有5个元素

D．若*S*有3个元素，则*S*∪*T*有4个元素

非选择题部分（共110分）

二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分。

11．我国古代数学家杨辉，朱世杰等研究过高阶等差数列的求和问题，如数列就是二阶等差数列．数列的前3项和是\_\_\_\_\_\_\_．

12．二项展开式，则\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．已知，则\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知圆锥的侧面积（单位：cm2）为，且它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥的底面半径（单位：cm）是\_\_\_\_\_\_\_．

15．已知直线与圆和圆均相切，则\_\_\_\_\_\_\_，*b*=\_\_\_\_\_\_\_．

16．盒中有4个球，其中1个红球，1个绿球，2个黄球．从盒中随机取球，每次取1个，不放回，直到取出红球为止．设此过程中取到黄球的个数为，则\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_．

17．已知平面单位向量，满足．设，，向量，的夹角为，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：本大题共5小题，共74分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18．（本题满分14分）

在锐角△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．已知．

（Ⅰ）求角*B*的大小；

（Ⅱ）求cos*A*+cos*B*+cos*C*的取值范围．

19．（本题满分15分）

如图，在三棱台*ABC*—*DEF*中，平面*ACFD*⊥平面*ABC*，∠*ACB*=∠*ACD*=45°，*DC*=2*BC*．

（Ⅰ）证明：*EF*⊥*DB*；

（Ⅱ）求直线*DF*与平面*DBC*所成角的正弦值．



20．（本题满分15分）

已知数列{*an*}，{*bn*}，{*cn*}满足．

（Ⅰ）若{*bn*}为等比数列，公比，且，求*q*的值及数列{*an*}的通项公式；

（Ⅱ）若{*bn*}为等差数列，公差，证明：．

21．（本题满分15分）

如图，已知椭圆，抛物线，点*A*是椭圆与抛物线的交点，过点*A*的直线*l*交椭圆于点*B*，交抛物线于点*M*（*B*，*M*不同于*A*）．

（Ⅰ）若，求抛物线的焦点坐标；

（Ⅱ）若存在不过原点的直线*l*使*M*为线段*AB*的中点，求*p*的最大值．



22．（本题满分15分）

已知，函数，其中e=2.71828…是自然对数的底数．

（Ⅰ）证明：函数在上有唯一零点；

（Ⅱ）记*x*0为函数在上的零点，证明：

（ⅰ）；

（ⅱ）．

参考答案

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算。每小题4分，共40分。

1．B 2．C 3．B 4．A 5．A

6．B 7．D 8．D 9．C 10．A

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算。多空题每题6分，单空题每题4分，共36分。

11．10 12．80,122 13． 14．1

15． 16． 17．

三、解答题：本大题共5小题，共74分。

18．本题主要考查三角函数及其变换、正弦定理等基础知识，同时考查数学运算等素养。满分14分。

（Ⅰ）由正弦定理得，故，

由题意得.

（Ⅱ）由得，

由是锐角三角形得.

由得

.

故的取值范围是.

19．本题主要考查空间点、线、面位置关系，直线与平面所成的角等基础知识，同时考查直观想象和数学运算等素养。满分15分。

（Ⅰ）如图，过点*D*作，交直线*AC*于点，连结*OB*.



由，得，

由平面*ACFD*⊥平面*ABC*得*DO*⊥平面*ABC*，所以.

由，得.

所以*BC*⊥平面*BDO*，故*BC*⊥*DB*.

由三棱台得，所以.

（Ⅱ）方法一：

过点作，交直线*BD*于点，连结.

由三棱台得，所以直线*DF*与平面*DBC*所成角等于直线*CO*与平面*DBC*所成角.

由平面得，故平面*BCD*，所以为直线*CO*与平面*DBC*所成角.

设.

由，得，

所以，

因此，直线*DF*与平面*DBC*所成角的正弦值为.

方法二：

由三棱台得，所以直线*DF*与平面*DBC*所成角等于直线*CO*与平面*DBC*所成角，记为.

如图，以为原点，分别以射线*OC*，*OD*为*y*，*z*轴的正半轴，建立空间直角坐标系.



设.

由题意知各点坐标如下：

.

因此.

设平面*BCD*的法向量.

由即，可取.

所以.

因此，直线*DF*与平面*DBC*所成角的正弦值为.

20．本题主要考查等差数列、等比数列等基础知识，同时考查数学运算和逻辑推理等素养。满分15分。

（Ⅰ）由得，解得．

由得．

由得．

（Ⅱ）由得，

所以，

由，得，因此．

21．本题主要考查抛物线的几何性质，直线与椭圆、抛物线的位置关系等基础知识，同时考查数学抽象、数学运算与逻辑推理等素养。满分15分。

（Ⅰ）由得的焦点坐标是．

（Ⅱ）由题意可设直线，点．

将直线的方程代入椭圆得，

所以点的纵坐标．

将直线的方程代入抛物线得，

所以，解得，

因此．

由得，

所以当，时，取到最大值．

22．本题主要考查函数的单调性、零点，导数的运算及其应用，同时考查数学抽象、逻辑推理与数学运算等素养。满分15分。

（Ⅰ）因为，，所以在上存在零点．

因为，所以当时，，故函数在上单调递增，

所以函数以在上有唯一零点．

（Ⅱ）（ⅰ）令，，

由（Ⅰ）知函数在上单调递增，故当时，，

所以函数在单调递增，故．

由得，

因为在单调递增，故．

令，，

令，，所以

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

故当时，，即，所以在单调递减，

因此当时，．

由得，

因为在单调递增，故．

综上，．

（ⅱ）令，，所以当时，，

故函数在区间上单调递增，因此．

由可得，

由得．