**赤峰二中2021届高三下学期第一次月考**

**文科数学**

一、选择题

1．已知集合,集合,则( )

A． B． C． D．

2．若复数满足 (其中为虚数单位)则复数的虚部为（ ）

A． B． C． D．

3．良渚遗址是人类早期城市文明的范例，是华夏五千年文明史的实证之一，2019年获准列入世界遗产名录．考古学家在测定遗址年代的过程中，利用“生物死亡后体内的碳14含量按确

定的比率衰减”这一规律，建立了样本中碳14的含量*y*随时间*x*（年）变化的数学模型：（表示碳14的初始量）．2020年考古学家对良渚遗址某文物样本进行碳14年代学检测，检测出碳14的含量约为初始量的55%，据此推测良渚遗址存在的时期距今大约是（参考数据：，）（ ）

A．3450年 B．4010年 C．4580年 D．5160年

4．已知非零向量、满足，且，则与的夹角为（ ）

A． B． C． D．

5．已知平面平面，，，则下列结论一定正确的是（ ）

A．，是平行直线 B．，是异面直线

C．，是共面直线 D．，是不相交直线

6.在中，角，，所对的边分别为，，，若，则的形状为（ ）

A．锐角三角形 B．直角三角形

C．钝角三角形 D．不确定

7．执行下图所示的程序框图，则输出的的值为（ ）



A．5 B．6 C．4 D．3

8.已知圆和直线，点是直线上的动点，过点作圆的两条切线，切点是，则的最大值是（ ）

A． B． C． D．

9.若，则的最小值是（ ）

A． B． C． D．

10．意大利著名天文学家伽利略曾错误地猜测链条自然下垂时的形状是抛物线.直到1690年，雅各布·伯努利正式提出该问题为“悬链线”问题并向数学界征求答案.1691年他的弟弟约翰·伯努利和菜布尼兹､惠更斯三人各自都得到了正确答案，给出悬链线的数学表达式——双曲余弦函数：(为自然对数的底数).当，时，记，，，则，，的大小关系为（ ）



A． B．

C． D．

11．已知抛物线的焦点为，准线为，点分别在抛物线上，且，直线交于点，，垂足为，若的面积为，则到的距离为（）

A． B． C．8 D．6

12．设实数，已知函数*f*(*x*)=，若函数在区间上有两个零点，则的取值范围是（ ）

A． B．

C． D．

二、填空题

13．已知变量，满足约束条件则的最大值为\_\_\_\_ .

14．甲、乙两个学习小组各有五名同学，如图是甲、乙两组同学某次数学月考成绩(单位：分)的茎叶图，已知在这次数学月考中，甲组成绩的中位数为，乙组成绩的平均数为，则的值为\_\_\_\_ \_\_\_



15．已知为偶函数，若曲线在点处的切线方程为，则\_\_\_ \_\_\_\_．

16．如图，矩形中，，*E*为边的中点，将沿直线翻折成．若*M*为线段的中点，则在翻折过程中，下面四个选项中正确的是\_\_ \_\_（填写所有的正确选项）



（1）是定值

（2）点*M*在某个球面上运动

（3）存在某个位置，使

（4）存在某个位置，使平面

三、解答题

17．从下列①②③选项中，选择其中一个作为条件进行解答：

①已知数列的前*n*项和；

②已知数列是等比数列，，；

③已知数列中，，且对任意的正整数*m，n*都有．

（1）求数列的通项公式；

（2）已知，求数列的前2021项的和．

18.如图，在四棱锥中，平面*ABCD*．，，，*E*是*PD*的中点．



（1）证明：平面*PBC*；

（2）若，求三棱锥的体积．

19.自从新型冠状病毒爆发以来，美国疫情持续升级，以下是美国2020年4月9日-12月14日每隔25天统计1次共11次累计确诊人数(万).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期(月/日) | 4/09 | 5/04 | 5/29 | 6/23 | 7/18 | 8/13 | 9/06 | 10/01 | 10/26 | 11/19 | 12/14 |
| 统计时间顺序 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 累计确诊人数 | 43.3 | 118.8 | 179.4 | 238.8 | 377.0 | 536.0 | 646.0 | 744.7 | 888.9 | 1187.4 | 1673.7 |

（1）将4月9日作为第1次统计，若将统计时间顺序作为变量，每次累计确诊人数作为变量，得到函数关系(､).对上表的数据作初步处理，得到部分数据已作近似处理的一些统计量的值，，，，，，，，，.根据相关数据，确定该函数关系式(函数的参数精确到0.01).

（2）为了了解患新冠肺炎与年龄的关系，已知某地患有新冠肺炎的老年、中年、青年的人数分别为45人，30人，15人，按分层抽样的方法随机抽取6人进行问卷调查，再从6人中随机抽取2人进行调查结果对比，求这2人中至少一人是老年人的概率.

附参考公式：回归直线的斜率和截距的最小二乘估计分别为

，

20．已知椭圆的离心率为，短轴长为．

（1）求椭圆*C*的方程；

（2）设*A，B*分别为椭圆*C*的左、右顶点，若过点且斜率不为0的直线*l*与椭圆*C*交于*M、N*两点，直线*AM*与*BN*相交于点*Q*．证明：点*Q*在定直线上．

21．已知函数.

（1）当时，求函数的单调区间；

（2）若(为自然对数的底数)，不等式恒成立，求的取值范围.

22．在极坐标系中，曲线*C*的极坐标方程为，点*P*的极坐标为，以极点为坐标原点，极轴为*x*轴正半轴，建立平面直角坐标系．

（1）求曲线*C*的直角坐标方程和点*P*的直角坐标；

（2）已知直线（*t*为参数），若直线*l*与曲线*C*的交点分别是*A*、*B*，求的值．

23．设函数．

（1）解不等式；

（2）若关于*x*的方程没有实数根，求实数*m*的取值范围．

参考答案

1-12 C A C B D C A C A C D D

13.0

14.16

15.3

16.124

17．（1）条件选择见解析；；（2）.

【分析】

（1）选①：利用公式进行求解即可.

选②：利用等比数列的通项公式进行求解即可.

选③：通过取特殊值，结合等比数列的定义进行求解即可；

（2）根据对数的运算性质，结合裂项相消法进行求解即可.

【详解】

（1）若选①，当时，,

当时，，显然当时，也适合，

所以.

若选②，设等比数列的公比为，

因为，，所以有，

解得，，.

若选③，令，是以为首项，公比为的等比数列，

因此；

（2）由题意知，，

.

18．（1）证明见解析；（2）.

【分析】

（1）取*PC*的中点*F*，连接*EF、BF*，可证明四边形是平行四边形，根据线面平行的判定定理，即可得证；

（2）根据题中条件及余弦定理，可求得*AC*的长，根据勾股定理，可证，根据*E*为*PD*中点，可得，代入数据，计算整理，即可得结果.

【详解】

（1）证明：取*PC*的中点*F*，连接*EF、BF*，如图所示：



因为*E、F*分别为*PD，PC*的中点，

所以且，

又，，

所以且

所以四边形是平行四边形，

所以，

又因为平面*PBC*，平面*PBC*

所以平面*PBC*．

（2）因为*AB*=1，，，

所以，即，

所以，即，

因为*E*是*PD*的中点，

所以，

又，所以，所以，

所以，

所以.

【点睛】

解题的关键是利用等体积法，，进行转换，可大大简化计算，提高正确率，属基础题.

19.【详解】

（1）两边同时取对，得，

，，得.

所以函数关系式为.

（2）由题意抽取的人中，老年人有人，设老年人为，其他人是，所以所有的基本事件为

,



基本事件总数为个，这人中至少一人是老年人有个，所以概率为.

20．（1）；（2）证明见解析.

【分析】

（1）用离心率公式和列方程求得，即可得椭圆方程；

（2）方法一：设直线，，联立椭圆方程，由韦达定理得关系，由直线和方程联立求解交点坐标，并化简得，即可证明问题；

方法二：设，，，两两不等，

因为*P，M，N*三点共线，由斜率相等得到方程，同理*A，M，Q*三点共线与*B，N，Q*三点共线也得到两方程，再结合三条方程求解，即可证明问题.

【详解】

解：（1）因为椭圆的离心率，，，

又，．

因为，所以，，

所以椭圆*C*的方程为．

（2）解法一：设直线，，，

，可得，

所以．

直线*AM*的方程：①

直线*BN*的方程：②

由对称性可知：点*Q*在垂直于*x*轴的直线上，

联立①②可得．

因为，

所以

所以点*Q*在直线上．

解法二：设，，，两两不等，

因为*P，M，N*三点共线，

所以，

整理得：．

又*A，M，Q*三点共线，有：①

又*B，N，Q*三点共线，有②将①与②两式相除得：





即，

将即

代入得：解得（舍去）或，（因为直线与椭圆相交故）

所以*Q*在定直线上．

【点晴】

求解直线与圆锥曲线定点定值问题：关键在于运用设而不求思想、联立方程和韦达定理，构造坐标点方程从而解决相关问题.

21．（1）单调递减区间是，单调递增区间是；（2）.

【分析】

（1）当时，求的导数，分析导函数的正负求单调区间.

（2）若，不等式恒成立

将其转化为求在上的最小值，分类讨论可得的取值范围.

【详解】

解：（1）由题意知的定义域是

因为，

令得(舍)，

由得

所以的单调递减区间是，单调递增区间是

（2）因为，恒成立，

有，，

即在上恒成立，

所以在上的最小值.

由（1）知：

① 当，即时，在上单调递减，

，

即，，，

② 当，即时，在上单调递增，

，即

③ 当，即时，

在上单调递减，在上单调递增，

因为，，

从而，此时成立，

综上：*a*的取值范围为.

【点睛】

用导数求函数的单调区间或判断函数的单调性问题时应注意如下几方面：

（1）在利用导数讨论函数的单调区间时，首先要确定函数的定义域；

（2）不能随意将函数的2个独立的单调递增（或递减）区间写成并集形式；

（3）利用导数解决含参函数的单调性问题时，一般将其转化为不等式恒成立问题，解题过程中要注意分类讨论和数形结合思想的应用.

22．（1）；；（2）4.

【分析】

（1）两边同时乘以，由，可得直角坐标方程以及点*P*的直角坐标.

（2）将直线的参数方程代入C方程，利用参数的几何意义即可求解.

【详解】

解：（1）由，得，

又，，∴，

即曲线C的直角坐标方程为，

点P的直角坐标为．

（2）把直线*l*的方程代入C方程，整理得，

，

设A、B对应的参数分别是、，则，

于是

23．（1）；（2）.

【分析】

（1）分段讨论去绝对值解不等式即可；

（2）先将题意转化为没有实数根， 再求值域，利用取值为值域的补集，计算即得结果.

【详解】

解：（1）当时，，

得，所以；

当时，，

得，所以；

当时，，得，所以．

综上，原不等式的解集为；

（2）方程没有实数根，即没有实数根，

令，

当且仅当时，即时等号成立，即值域为，

若没有实数根，则，即，

所以实数*m*的取值范围为．

【点睛】

方法点睛：

1、绝对值不等式的解法：

（1）利用绝对值不等式的几何意义求解，体现了数形结合的思想；

（2）利于“零点分段法”去绝对值进行求解，体现了分类讨论思想；

（3）通过构造函数，利用函数图象求解，体现了函数与方程思想.

2、不等式恒成立问题通常可转化成函数最值来处理.