www.ks5u.com



西安中学2020～2021学年度第一学期期末考试

高二理科数学

一、选择题（本大题共**12**小题，共**60.0**分）

1. 抛物线的焦点坐标是     

A.  B.  C.  D. 

1. 设直线、的方向向量分别为，，若，则等于   

A. 1 B. 2 C.  D. 3

1. “若或，则”的否命题为     

A. 若或，则 B. 若，则或  
C. 若或，则 D. 若且，则

1. 下列关于空间向量的命题中，正确命题的个数是     

长度相等、方向相同的两个向量是相等向量；

平行且模相等的两个向量是相等向量；

若，则； 两个向量相等，则它们的起点与终点相同．

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

1. 过抛物线*E*：焦点的直线交*E*于*A*，*B*两点，线段*AB*中点*M*到*y*轴距离为1，则     

A. 2 B.  C. 3 D. 4

1. 函数的单调递减区间为    

A.  B.  C.  D. 

1. 已知双曲线*C*的一条渐近线的方程是：，且该双曲线C经过点，则双曲线*C*的方程是     

A.  B.  C.  D. 

1. 对于空间任意一点*O*和不共线的三点*A*，*B*，*C*，且，则，，是*P*，*A*，*B*，*C*四点共面的     

A. 必要不充分条件B. 充分不必要条件C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

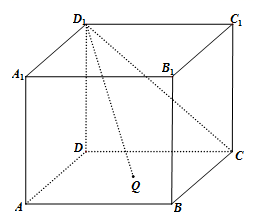
1. 椭圆的右焦点为*F*，若存在直线与椭圆*C*交于*A*，*B*两点，使得为等腰直角三角形，则椭圆*C*的离心率     

A.  B.  C.  D. 

1. 已知函数，当时，在内的极值点的个数为     

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

1. 如图，已知正方体，*Q*是平面*ABCD*内一动点，若与所成角为，则动点*Q*的轨迹是     



第11题

A. 椭圆 B. 双曲线

C. 抛物线 D. 圆

1. 双曲线的左、右焦点分别为、，过的直线与*C*的左支交于*M*，*N*两点，若，，则*C*的渐近线方程为      

A.  B.   C.   D. 

二、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

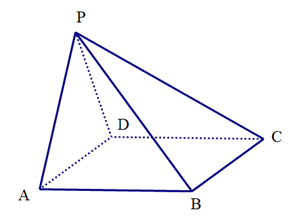
1. 命题“，”为假命题，则实数*a*的取值范围是           ．
2. 在空间直角坐标系中，，平面*BCD*的一个法向量是，则点*A*到平面*BCD*的距离为           ．
3. 过椭圆内一点引一条弦，使弦被*M*平分，则此弦所在直线方程为           ．
4. 设，则的最小值为           ．

三、解答题（本大题共**6**小题，共**70**分）

1. 本题满分10分

求焦点在 *x*轴上，虚轴长为12，离心率为 的双曲线的标准方程；

求经过点的抛物线的标准方程．

1. 本题满分12分如图，在四棱锥中，平面平面*ABCD*，四边形*ABCD*是边长为2的正方形，且为等边三角形．

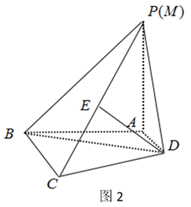
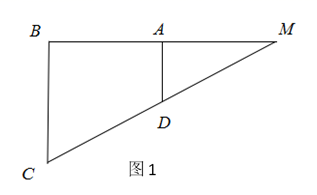
求证：；

求二面角的正弦值．

1. 本题满分12分已知函数，在点处的切线方程为，求：

实数*a*，*b*的值；               
函数的单调区间以及在区间上的极值．

1. 本题满分12分如图1，在中，，，别为棱*BM*，*MC*的中点，将沿*AD*折起到的位置，使，如图2，连结*PB*，*PC*求证：平面平面*ABCD*；线段*PC*上是否存在一点*E*，使二面角的余弦值为？若存在，求出的值；若不存在，请说明理由．



1. 本题满分12分在平面直角坐标系*xOy*中，动点*P*与两定点连线的斜率之积为，记点*P*的轨迹为曲线*C*

求曲线*C*的方程；

若过点的直线*l*与曲线*C*交于*M*，*N*两点，曲线*C*上是否存在点*E*，使得四边形*OMEN*为平行四边形？若存在，求直线*l*的方程，若不存在，说明理由.

1. 本题满分12分已知函数，．  
   求函数的单调区间  
   若，使不等式成立，求*a*的取值范围．

西安中学2020～2021学年度第一学期期末考试

高二理科数学答案

**一、选择题：(5分×12=60分)**

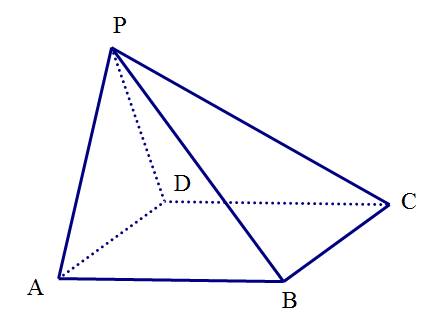
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | B | B | D | B | C | C | D | B | B | C | C | B |

**二、填空题(5分×4=20分)**

13.    14.    15.    16. 

**三、解答题(共70分，17题10分，其余均为12分)**

17. 解：焦点在*x*轴上，设所求双曲线的方程为．  
由题意，得解得，．   
所以焦点在*x*轴上的双曲线的方程为； …………………………. 5分  
解：由于点P在第三象限，所以抛物线方程可设为：或  
在第一种情形下，求得抛物线方程为：；  
在第二种情形下，求得抛物线方程为：  …………………………. 5分

18. 1证明：四边形*ABCD*为正方形，所以，平面平面*ABCD*，平面平面*ABCD*，

平面

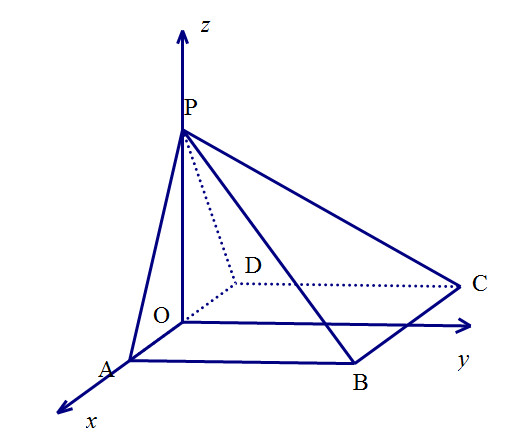
又平面，所以。…………………………. 4分             
2解：取*AD*中点记为，连结.由于为等边三角形，为*AD*中点，

又平面平面*ABCD*，平面平面*ABCD*，所以平面*ABCD*，

在平面*ABCD*内过作直线平行于，建立如图所示的空间直角坐标系，

………………………. 6分

则，，，

，

平面*PAD*的一个法向量为．

…………………………. 8分  
设平面*PAC*的一个法向量，  
则有，  
令，则…………………………. 10分  
则有，

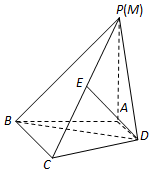
则二面角的正弦值…………………………. 12分

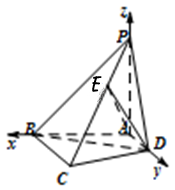
19. 解：因为在点处的切线方程为，  
所以切线斜率是，且，  
求得，即点，…………………………. 2分  
又函数，则，  
所以依题意得，解得．…………………………. 5分  
由知  
所以，  
令，解得或，  
当或；  
当的单调递增区间是，，  
单调递减区间是，…………………………. 8分  
又，  
所以当*x*变化时，和变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 |  | 2 |  | 3 |
|  |  |  | 0 |  | 0 |
|  | 4 | 减 | 极小值 | 增 | 1 |

…………………………. 11分

由表可知，当时，有极小值…………………………. 12分

20. Ⅰ证明：因为*A*，*D*分别为*MB*，*MC*中点，所以．  
因为，所以所以．  
因为，所以．  
又因为，*AB*，*AD* 平面*ABCD*，  
所以平面*ABCD*．  
又因为平面*PAD*，所以平面平面

…………………………. 4分             
Ⅱ解：因为，，，所以*AP*，*AB*，*AD*两两互相垂直．  
以*A*为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，  
假设线段*PC*上存在一点*E*，使二面角的余弦值为．  
设，，  
则，  
即．  
所以，…………………………. 6分  
，．  
平面*PAD*的一个法向量为0，．  
设平面*ADE*的一个法向量，  
则有，  
令，则0，．…………………………. 8分  
若二面角的余弦值为，  
则有，…………………………. 10分  
由，解得．  
故线段*PC*上存在一点*E*，使二面角的余弦值为，且．

…………………………. 12分

21. 解：设，，则，  
整理得曲线*C*的方程为 ………………………….4分  
 设，，由题意知*l*的斜率一定不为0，  
故不妨设*l*：，代入椭圆方程整理得：   
   ，，  
，． ………………………….8分  
假设存在点*E*，使得四边形*OMEN*为平行四边形，  
其充要条件为．   
则点*E*的坐标为………………………….10分  
把*E*的坐标代入得 可得：．解得．   
直线*l*的方程为   ………………………….12分

22. （1）

当时，在上单调递减；

当时，令，得

由，得的单调递增区间为

由，得的单调递减区间为

综上，当时，的单调递减区间为；

当时，的单调递增区间为的单调递减区间为

………………………….5分

（2），使不等式，则，即.

设，则问题转化为，………………………….6分

由令，则.………………………….8分

当在区间内变化时，和变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | 单调递增 | 极大值 | 单调递减 |

由上表可知，当时，函数有极大值，即最大值为， .………………………….12分