**2020--2021学年高三年级第二次联考**

**理科数学试卷**

**本试卷共4页，满分150分，考试用时120分钟**

**注意事项：**

**1．答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．**

**2．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．**

**3．非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内．写在试题卷．草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．**

**4．考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交．**

**一、选择题:本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知集合，，则（ ）

A． B． C． D．

2．若复数，复数在复平面对应的点为，则向量（为原点）的模（ ）

A． B． C． D．

3．已知，表示不同平面，则的充分条件是（ ）

A．存在直线，，且，，

B．存在直线，，且，，，

C．存在平面，，

D．存在直线，

4．《九章算术》大约成书于公元一世纪，是我国最著名的数学著作．经过两千多年的传承，它的贡献一方面是所解决生活应用问题的示范，另一方面是所蕴涵的数学思想，这对我国古代数学的发展起着巨大的推动作用．如在第一章《方田三七》中介绍了环田计算方法，即圆环的面积计算：即将圆环剪开拉直成为一个等腰梯形，如图，计算这个等腰梯形的面积就是圆环的面积．据此思想我们可以计算扇环面积．中国折扇扇面艺术也是由来已久，传承着唐宋以来历代书画家的诗情画意．今有一扇环折扇，扇面外弧长，内弧长，该扇面面积为，则扇面扇骨（内外环半径之差）长为（ ）



A． B． C． D．

5．的展开式中含项的系数为（ ）

A． B． C． D．

6．已知函数，满足，且，则不等式的解集为（ ）

A． B． C． D．

7．，顾名思义是第五代通信技术．技术中信息容量公式就是著名的香农公式：，它表示：在受噪声干扰的信息中最大信息传送速率取决于信道宽度，信道内信息的平均功率及信道内部的高斯噪声功率的大小，其中叫做信噪比．按照香农公式，若不改变信道宽度，而将信噪比从提高到，则传送速率大约增加了（ ）

A． B． C． D．

8．已知等差数列的公差，且，则该数列的前项的和为（ ）

A． B． C． D．

9．在四边形中，，且，则（ ）

A． B． C． D．

10．已知双曲线的左右焦点分别为，过的直线与双曲线的左右两支分别交于，两点，，，则双曲线的离心率为（ ）

A． B． C． D．

11．若函数的一条对称轴为，则下列四个命题（ ）

（1）函数的一个对称中心为；

（2）函数在上单调递减；

（3）将函数图象向右平移个单位，得到的函数为奇函数；

（4）若函数在区间上有两个不同的实根，，则．

其中正确的命题有（ ）

A．个 B．个 C．个 D．个

12．若是函数的极值点，数列满足，，设，记表示不超过的最大整数．设，若不等式对恒成立，则实数的最大值为（ ）

A． B． C． D．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．若实数，满足不等式组，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．抛物线的准线被圆截得的弦长为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．甲乙两个球队进行篮球决赛，采取五局三胜制(共赢得三场比赛的队伍获胜，最多比赛五局)，每场球赛无平局．根据前期比赛成绩，甲队的主场安排为“主客主主客”．设甲队主场取胜的概率为，客场取胜的概率为，且各场比赛相互独立，则甲队以获胜的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．三棱锥的底面是边长为的等边三角形，二面角为，则三棱锥的外接球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分．**

17．（本题满12分）在中，角，，的对边分别为，，，且．

（1）求角的大小；

（2）若边上的中线，求面积的最大值．

18．（本题满分12分）在四棱锥中，底面为菱形，平面平面，为等边三角形，为中点．



（1）求证：平面．

（2）若，三棱锥的体积为，求二面角的正弦值．

19． (本题满分12分)某线上学习平台为保证老学员在此平台持续报名学习，以便吸引更多学员报名，从用户系统中随机选出200名学员，对该学习平台的教学成效评价和课后跟踪辅导评价进行了统计，并用以估计所有学员对该学习平台的满意度．其中对教学成效满意率为，课后跟踪辅导的满意率为，对教学成效和课后跟踪辅导都不满意的有10人．

（1）完成下面列联表，并分析是否有把握认为教学成效满意度与跟踪辅导满意度有关．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 对教学成效满意 | 对教学成效不满意 | 合计 |
| 对课后跟踪辅导满意 |  |  |  |
| 对课后跟踪辅导不满意 |  |  |  |
| 合计 |  |  |  |

（2）若用频率代替概率，假设在学习服务协议终止时对教学成效和课后跟踪辅导都满意学员的续签率为，只对其中--项不满意的学员续签率为，对两项都不满意的续签率为．从该学习平台中任选10名学员，估计在学习服务终止时续签学员人数．

附：列联表参考公式：，．

临界值：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

20．（本题满分12分）已知直线与圆相切，动点到与两点距离之和等于，两点到直线的距离之和．



（1）设动点的轨迹为，求轨迹的方程；

（2）对于椭圆，上一点，以为切点的切线方程为．设为上任意一点，过点作轨迹的两条切线，，，为切点．

①求证直线过定点；

②求面积的最大值．

21．(本题满分12分)已知函数．

（1）讨论函数的单调区间；

（2）若函数对都有恒成立，求的取值范围．

**（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

22．【4-4坐标系与参数方程】

已知在直角坐标系中曲线的参数方程为（为参数）．以为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

（1）求曲线的普通方程与曲线的直角坐标方程；

（2）曲线与曲线有两个公共点，求的取值范围．

23．【4-5不等式选讲】

已知实数，函数．

（1）若，求实数的取值范围

（2）若恒成立，求实数的取值范围．

**慕华·优策2020─2021学年高三年级第二次联考**

**数学试题参考答案及命题意图(理科)**

一、选择题

1．A

【解析】，，

【命题意图】本题主要考查函数定义域、一元二次不等式解法、集合运算等必备的基本知识．

2．C

【解析】依题意，故选C．

【命题意图】本题主要考查复数模与向量模的基本概念与运算，是必备的基础知识．

3．D

【解析】对于A，只有当与相交才满足条件，A错：对于B，时不符合条件，B错：对于C存在的情形，C错：D符合条件．故选D．

【命题意图】本题主要考查线面位置关系等基本知识与简单的直观想象与逻辑推理素养．

4．B

【解析】依题意有扇骨即为等腰梯形的高，扇面内外弧长即为

等腰梯形的两底，则可求得扇骨长为．选B

【命题意图】本题主要介绍我国古代的《九章算术》的数学成就，并能运用其数学展开拉直等思想解决实际问题．

5．B

【解析】，，当时

故选B．

【命题意图】本题主要考查二项式定理等基本知识，设置课程学习情境考查必要知识的掌握情况．

6．【答案】C

【解析】依题意有二次函数开口向上，且关于对称，即

，故选C

【命题意图】本题主要考查二次函数的图象与性质及数学推理与运算能力．

7．B

【解析】设前后传送速率分别为，，则

，∵，

∴，故选B

【命题意图】设置科技情境试题，考查学生数学应用素养与估算能力．

8．A

【解析】∵，∴，

即，

∴，故选A

【命题意图】本题主要考查等差数列的性质及数学运算素养．

9．D

【解析】四边形为平行四边形，由知，而，∴，故选D．

【命题意图】本题主要考查向量运算的几何意义及数形结合思想．

10．C



【解析】设， ，则有，，

在中，，即，解得

又在中，

即，∴，∴故选C

【命题意图】本题主要考查双曲线的定义及基本性质等必备的基本知识与数学结合能力．

11．B

【解析】，其中因一条对称轴为，则，，，，周期．则(1)正确：(2)错误：函数图象向右平移个单位，得到的函数为，是奇函数，(3）正确:函数在区间上有两个不同的对称轴和，若有两个不同的实根，，则或，（4）错误．故选B．

【命题意图】本题主要考查三角函数图象与性质及数形结合思想等基本知识和关键能力．

12．D

【解析】，∴，即有，

∴是以2为首项3为公比的等比数列，∴，



∴，∴

又为增函数，当时，，，若恒成立，则的最大值为1010．选D

【命题意图】本题结合函数导数与数列性质，主要考查探究意识与创新能力．

二、填空题

13．256

【解析】点表示点所围成三角形封闭区域内，，由图知当时.

【命题意图】本题主要考查线性规划等基本知识.

14．

【解析】圆半径为，圆心到准线的距离为，

【命题意图】本题主要考查圆与抛物线的基本性质．

15．

【解析】甲队以3:2获胜，则甲队第五场必胜，前四场“主客主主”中胜任两局，有两种情况：一种为三个主场胜两场，一种为客场胜一场主场胜一场，其概率为

【命题意图】本题结合体育比赛，考查学生运用概率知识估计比赛的胜率．

16．



【解析】如图，设为中点，为正外心，

依题意有，，∴，∴，

则易证为二面角的平面角，，

设在底面的射影为，则可证在上，则，，，，，设为三棱锥的外接球球心，可证，过点在面内作，为垂足，则，，设求半径为，，则，，解得，．

则球心在底面的下方，事实上当在底面的下方时

解得，．三棱锥的外接球的表面积为．

【命题意图】本题以三棱锥外接球为背景主要考查学生的空间想象能力与创新能力．

三、解答题

17．【解析】(1)依题意有．

∴，，∴

解得，，∴． 6分

（2），，即



∴，当且仅当时成立．

故面积的最大值为 12分

【命题意图】设置课程情境考查平面向量与解三角形基本知识的掌握情况．

18．【解析】(1）设为底面菱形的交点，连，则，分别是，的中点，，又平面，∴平面． 4分

（2）设为中点，则，平面平面，

平面，，，则到底面的距离为，

，∴，又，

∴，即，则． 6分

以为原点，以，，分别为，，轴建立直角坐标系，

，，，，，，

，，

设平面的法向量为，则可取，

设平面的法向量为，则可取,，，则二面角的正弦值为． 12分



【命题意图】本题主要考查直线与平面位置关系及空间向量在空间图形中的测量．

19．【解析】(1)依题意有

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 对教学成效满意 | 对教学成效不满意 | 合计 |
| 对课后跟踪辅导满意 | 150 | 10 | 160 |
| 对课后跟踪辅导不满意 | 30 | 10 | 40 |
| 合计 | 180 | 20 | 200 |

算得的观测值为

故有把握认为教学成效满意度与跟踪辅导满意度有关． 6分

（2）在200人中对平台的双满意的续签人数为，仅一项满意的续签人数为，都不满意的续签人数为，所以该平台的续签率为依题意有，所以任选10人，该平台续签人数为8人． 12分

20．【解析】(1）依题意有为，中点，，两点到直线的距离之和为点到直线的距离的2倍，又与圆相切，，即动点到与两点距离之和等于为，动点的轨迹方程为． 4分

（2）．设，，，过，的椭圆切线方程为，则，，直线方程为，即，显然过定点． 4分

．直线方程为，联立椭圆方程得

显然，，，

面积．

令，，

则．当且仅当，时等号成立．

故面积的最大值为． 12分

【命题意图】本题设置数学探索情境，考查学生圆锥曲线的性质及其数学探究能力．

21．【解析】(1)依题意有定义域为，

当时，，，∴当时，为增函数，

当时，，为减函数；

当时，令，得，

（i）当，，即当时，，则时，在，上均为增函数；在上为减函数；

（ii）当，，即时，，上为增函数；

（iii）当，，即时，则时，在，上均为增函数；在上为减函数．

综上：当时，增区间为，，减区间为；

当时，增区间为；

当时，增区间为和，减区间为；

当时，增区间为，减区间为． 5分

（2）不妨令，则，即

，令，则在上为减函数．



即对恒成立．

令，

当时，所以当时，∴

故的取值范围为． 12分

22．【解析】（1），∴， 2分

，∴， 4分

曲线的普通方程为，曲线的直角坐标方程为． 5分

（2）由（1）知代入得，

若曲线与有两个公共点，令，则有

，解得．

故的取值范围为． 10分

【命题意图】本题主要考查坐标系与参数方程、二次函数根的分布等必备知识与数形结合能力、数学运算等素养．

23．【解析】（1）因为，，根据图象有，的取值范围为 5分

（2）因为，

又，∴，，∴或

故实数的取值范围为 10分

【命题意图】本题主要考查绝对值不等式必备知识与数形结合能力、分类讨论数学运算等素养．