**2020-2021南京市第二十九中学3月月考**

**高二数学**

注意事项：本试卷共6面，试卷满分150分，考试用时120分钟。

一、单选题（共8题，每题5分，共40分）

1．设*a*，*b*是两条直线，，是两个平面，且，，则“”是“”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

2．设函数，若函数的图象在点(1，)处的切线方程为*y*=*x*，则函数的增区间为

A．(0，1) B．(0，) C．(，1) D． (，)

3．抛物线：在点处的切线方程为，则的焦点坐标为

A． B． C． D．

4．已知曲线：在处的切线与曲线：在处的切线平行，令，则在上

A．有唯一零点 B．有两个零点 C．没有零点 D．不确定

5．已知函数，，曲线上总存在两点，使曲线在､两点处的切线互相平行，则的取值范围为

A． B．  C． D．

6．十九世纪下半叶集合论的创立，莫定了现代数学的基础．著名的“康托三分集”是数学理性思维的构造产物，具有典型的分形特征，其操作过程如下：将闭区间均分为三段，去掉中间的区间段，记为第一次操作；再将剩下的两个区间分别均分为三段，并各自去掉中间的区间段，记为第二次操作；…，如此这样，每次在上一次操作的基础上，将剩下的各个区间分别均分为三段，同样各自去掉中间的区间段操作过程不断地进行下去，以至无穷，剩下的区间集合即是“康托三分集”．若使去掉的各区间长度之和不小于，则需要操作的次数*n*的最小值为

参考数据：（）

A．4 B．5 C．6 D．7

7．已知中心在原点的椭圆与双曲线有公共焦点，左､右焦点分别为､，且两条曲线在第一象限的交点为，是以为底边的等腰三角形.若，椭圆与双曲线的离心率分别为，，若，则等于

A． B．2 C．3 D．

8．已知三棱锥的各个顶点都在球的表面上，底面，，，，是线段上一点，且.过点作球的截面，若所得截面圆面积的最大值与最小值之差为，则球的表面积为

A． B． C． D．

二、多选题（共4题，每题5分，共20分：漏选得2分，错选或不选得0分）

9．已知，，，下列结论正确的是

A．的最小值为 B．的最大值为

C．的最小值为 D．的最小值为

10．已知函数，则

A．是奇函数 B．1

C．在单调递增 D．在上存在一个极值点

11．已知甲罐中有四个相同的小球，标号为1，2，3，4， 乙罐中有五个相同的小球，标号为1，2，3，5，6，现从甲罐、乙罐中分别随机抽取1个小球，记事件“抽取的两个小球标号之和大于5”，事件“抽取的两个小球标号之积大于8”，则

A．事件*A*与事件*B*是互斥事件 B．事件*A*与事件*B*不是对立事件

C．事件发生的概率为 D．事件发生的概率为

12．已知椭圆的焦距为，焦点为、，长轴的端点为、，点是椭圆上异于长轴端点的一点，椭圆的离心率为，则下列说法正确的是

A．若的周长为，则椭圆的方程为

B．若的面积最大时，，则

C．若椭圆上存在点使，则

D．以为直径的圆与以为直径的圆内切

三、填空题（共4题，每题5分，共20分）

13．设直线与曲线与均相切，切点分别为则 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．数列满足，且，则数列的前项和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15．已知.若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16．正方体棱长为点1，点在边上，且满足，动点在正方体表面上运动，满足，则动点的轨迹的周长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

四、解答题（共6题，共70分）

17．（10分）在中，它的内角，，的对边分别为，，，且，.

（Ⅰ）若，求的面积；

（Ⅱ）试问能否成立？若能成立，求此时的周长；若不能成立，请说明理由.

18．（12分）已知数列{*an*}是递增的等比数列，前3项和为13，且*a*1＋3，3*a*2，*a*3＋5成等差数列.

（1）求数列{*an*}的通项公式；

（2）数列{*bn*}的首项*b*1＝1，其前*n*项和为*Sn*，且 ，若数列{*cn*}满足*cn*＝*anbn*，{*cn*}的前*n*项和为*Tn*，求*Tn*的最小值.

在如下三个条件中任意选择一个，填入上面横线处，并根据题意解决问题.

①3*Sn*＋*bn*＝4；②*bn*＝*bn－*1＋2(*n*≥2)；③5*bn*＝－*bn－*1(*n*≥2).

19．（12分）已知函数，其中是自然对数的底数.

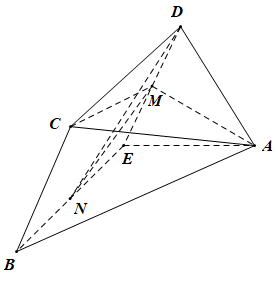
（1）若在上是单调增函数，求的取值范围；

（2）证明：当时，方程有且只有两个零点.

20．（12分）如图，四边形为正方形，，，为锐角三角形，，分别是边，的中点，直线与平面所成的角为.

（1）求证：平面；

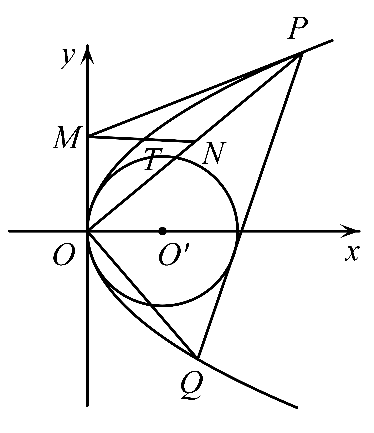
（2）若为锐角三角形，求二面角的余弦值.



21．（12分）已知函数．

（1）求函数的极值；

（2）若关于的不等式在上恒成立，其中，求实数的取值范围．

22．（12分）如图，在平面直角坐标系中，过原点的直线交抛物线于点*P*（异于原点*O*），抛物线*C*上点*P*处的切线交*y*轴于点*M*，设线段的中点为*N*，连结线段交*C*于点*T*.

（1）求的值；

（2）过点*P*作圆的切线交*C*于另一点*Q*，设直线的斜率为，证明：为定值．

**参考答案**

1．C

2．D

3．B

4．A

5．A

6．C

7．B

8．B

9．BD

10．CD

11．BCD

12．ABD

13．

14．

15． 0

16．．

17．（Ⅰ）；（Ⅱ）（Ⅱ）不成立。假设能成立，∴.

由余弦定理，，∴.

∴，∴，∴或-2（舍），此时.

不满足，∴不成立.

18．（1）*an*＝3*n*-1；（2）（2）选择①

因为3*Sn*＋*bn*＝4，所以3*Sn-*1＋*bn-*1＝4(*n*≥2)，

两式相减得3(*Sn*－*Sn-*1)＋(*bn*－*bn-*1)＝0，即4*bn*－*bn-*1＝0(*n*≥2)，

所以(*n*≥2)，

所以数列{*bn*}是以*b*1＝1为首项，为公比的等比数列，

故，

因此，

因为恒成立，即*c*1>0，*c*2>0，*c*3>0，…，

所以(*Tn*)*min*＝*T*1＝*c*1＝1.

选择②

由*bn*＝*bn-*1＋2(*n*≥2)知{*bn*}是以*b*1＝1为首项，2为公差的等差数列，

所以*bn*＝1＋2(*n*－1)＝2*n*－1，

所以，

因为*cn*＝(2*n*－1)·3*n*－1>0，即*c*1>0，*c*2>0，*c*3>0，…，

所以(*Tn*)*min*＝*T*1＝*c*1＝1.

选择③

由5*bn*＝－*bn-*1(*n*≥2)知{*bn*}是以*b*1＝1为首项，为公比的等比数列，

所以，

所以，所以，

当*n*为奇数时，由于，故；

当*n*为偶数时，由于，故，

由在*n*为偶数时单调递增，

所以当*n*＝2时，，

综上所述：*Tn*的最小值为.

19．（1）；（2）（2）因为，设，

则.

令，

则，

由，得或.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 增 | 极大值 | 减 | 极小值 | 增 |

所以，

因为，，所以存在，使，

当时，，；当时，，，

所以在上单调递减，在上单调递增.

又因为，，，，

故根据零点存在定理，可知的根，，

所以方程有且只有两个零点.

20．（1）1）证明：∵，，，

∴平面.

∴平面平面，因为为锐角三角形，

∴点在平面的射影在线段上，

∴为直线与平面所成的角，即.

又∵，∴为等边三角形.

∵点为的中点，∴.

又，

，∴平面.

∵平面，∴.

∵，，，

∴，

∴，∴，

∴.

∵，平面，

∴平面.

；（2）.

21．（1）函数有极小值，无极大值；（2）．

22．（1）；（2）设直线的方程为

，

且





为定值．