**2020年高二第一学期期末考试**

**数学试题（理科）**

**考生注意：**

**1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分.考试时间120分钟.**

**2. 请将各题答案填写在答题卡上.**

**3. 本试卷主要考试内容：人教版必修2，必修3，选修2—1.**

**第Ⅰ卷**

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设命题：，，则为（ ）

A. ， B. ，

C. ， D. ，

2. 椭圆的短轴长为（ ）

A.  B.  C. 3 D. 6

3. 某高中高二年级组织开展了“劳动美”社会实践活动，倡导学生回家帮父母做家务，体验父母的艰辛.某同学要在周一至周五任选两天做家务，则该同学连续两天做家务的概率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

4. 如图，在平行六面体中，与的交点记为.设，，，则下列向量中与相等的向量是（ ）



A.  B. 

C.  D. 

5. 已知双曲线：经过点，则的渐近线方程为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

6. 已知，，是三个不同的平面，是一条直线.（ ）

A. 若，，则 B. 若，，则

C. 若，，则 D. 若，，则

7. 已知函数，则“”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 充要条件

C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 若双曲线：的实轴长与虚轴长的乘积等于离心率，则的离心率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

9. 执行如图所示的程序框图，则输出的（ ）



A. 153 B. 143 C. 133 D. 123

10. 斜率为的直线与椭圆：相交于，两点，且过的左焦点，线段的中点为，的右焦点为，则的周长为（ ）

A.  B.  C.  D. 

11. 在四面体中，，，，，则该四面体外接球的表面积为（ ）

A.  B.  C.  D. 

12. 已知为直线：上一个定点，，为圆：上两个不同的动点.若的最大值为，则点的横坐标为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

**第Ⅱ卷**

二，填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 设向量，，，则实数\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 在中，已知，，若边所在的直线方程为，且边的中线所在的直线方程为，则过点且与直线平行的直线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（用一般式表示）

15. 某高中为了解学生课外知识的积累情况，随机抽取200名同学参加课外知识测试，测试共5道题，每答对一题得20分，答错得0分.已知每名同学至少能答对2道题，得分不少于60分记为及格，不少于80分记为优秀，测试成绩百分比分布图如图所示，现有下列四个结论：

①该次课外知识测试及格率为；

②该次课外知识测试得满分的同学有30名；

③该次测试成绩的中位数大于测试成绩的平均数；

④若该校共有3000名学生，则课外知识测试成绩能得优秀的同学大约有1440名.

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_.



16. 已知点是抛物线上一动点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知直线：与直线：垂直，且经过点.

（1）求的方程；

（2）若与圆：相交于，两点，求.

18. 某企业投资两个新型项目，投资新型项目的投资额（单位：十万元）与纯利润（单位：万元）的关系式为，投资新型项目的投资额（单位：十万元）与纯利润（单位：万元）的散点图如图所示.



（1）求关于的线性回归方程；

（2）根据（1）中的回归方程，若，两个项目都投资60万元，试预测哪个项目的收益更好.

附：回归直线的斜率和截距的最小二乘估计分别为，.

19. 如图，在正方体中，为的中点.



（1）证明：平面.

（2）若为底面的中心，求异面直线与所成角的余弦值.

20. 如图，在中，，，，，，沿将点折至处，使得，点为的中点.



（1）证明：平面.

（2）求二面角的余弦值.

21. 已知抛物线：和圆：交于，两点，且，其中为坐标原点.

（1）求的方程；

（2）过的焦点且不与坐标轴平行的直线与交于，两点，的中点为，的准线为，且，垂足为.证明直线，的斜率之积为定值，并求该定值.

22. 已知椭圆：的左、右焦点分别为，，，且.

（1）求的方程.

（2）若，为上的两个动点，过且垂直轴的直线平分，证明：直线过定点.

2020年高二第一学期期末考试

数学试题参考答案（理科）

一、选择题

1. A ：，.

2. B 因为，所以，则椭圆的短轴长.

3. D 周一至周五任选两天的所有情况为（周一、周二）、（周一、周三）、（周一、周四）、（周一、周五）、（周二、周三）、（周二、周四）、（周二、周五）、（周三、周四）、（周三、周五）、（周四、周五），共10种，其中连续两天的有4种，故所求概率为.

4. B .

5. C 依题意可得，解得，则的渐近线方程为.

6. D 若，，则或与相交，故A与B均不正确.若，，则可能与这两个平面的交线平行，故C不正确.若，，则，故D正确.

7. A 若，则，因为，所以，故选A.

8. C 的标准方程为，依题意可得，解得，则.

9. B ∵，，∴，由算法的功能可知，输出的.

10. C 易知直线的方程为，当时，，所以.设，，则，则，整理得，解得，则的周长为.

11. D 由，，可知.因为，，所以，即.设的中点为，则，即四面体的外接球半径为，外接球表面积为.

12. A 圆的标准方程为，其圆心，半径.

因为点到的距离，所以与圆相离，所以当，分别为圆的切线时，最大，此时，所以.设，则，解得.

二、填空题

13. -6 因为，所以，解得.

14.  设，则边的中点坐标为，代入，得.又，解得，则点的坐标为.因为，所以所求直线方程为，即.

15. ①③ 由图可知及格率，故①正确.该次课外知识测试满分同学的百分比，名，故②错误.中位数为80分，平均数分，故③正确.，故①错误.

16. 6 由，得，则的焦点为，准线为：.的几何意义是点到与点的距离之和，根据抛物线的定义点到的距离等于点到的距离，所以的最小值为.

三、解答题

17. 解：（1）依题意可得，

解得，，

故的方程为.

（2）因为点到的距离，

所以.

18. 解：（1），，

，

则，

故关于的线性回归方程为.

（2）若项目投资60万元，则该企业所得纯利润的估计值为万元；

若项目投资60万元，则该企业所得纯利润的估计值为万元.

因为，所以可预测项目的收益更好.

19.（1）证明：因为在正方体中，，

所以，

又平面，平面，所以平面.

（2）解：以为坐标原点，建立空间直角坐标系，如图所示，

设，则，，，.

因为，，

所以，

所以异面直线与所成角的余弦值为.



20.（1）证明：由，，且，

可得平面，因此.

由，，得，

因此，，由勾股定理可得.

又因为点为的中点，所以，

而，故平面.

（2）解：因为，，所以平面，又，所以平面.

如图，以为原点，建立空间直角坐标系，则，，，

易知是平面的一个法向量.

设平面的法向量为，则，即，

令，得.

，

易知二面角为锐角，故二面角的余弦值为.



21.（1）解：由为坐标原点，且，得直线的方程为，

代入圆的方程，得，解得或，则.

将点的坐标代入的方程，得，则，

故的方程为.

（2）证明：由（1）可知，：.

设直线的方程为，

联立，整理得，

.

设，，则，

所以点的横坐标为，

则，

所以，故是定值，且定值为.

22.（1）解：因为，所以，

所以，又，所以，，

故的方程为.

（2）证明：由题意可知直线的斜率存在，，设直线的方程为，设，，由，得，

则，

且，.

设直线，的倾斜角分别为，，则，，

所以，即，

所以，

所以，

化简可得，

所以直线的方程为，故直线过定点.