www.ks5u.com

www.ks5u.com

**新蔡一高2020级高一年级2021年3月半月考数学试题**

**一、单选题**

1．集合，集合，全集，则( )

A． B． C． D．

2．设函数则（ ）

A．0 B．1 C．2 D．3

3．已知圆锥的顶点为，底面圆心为，若过直线的平面截圆锥所得的截面是面积为4的等腰直角三角形，则该圆锥的侧面积为（ ）

A． B． C． D．

4．如图，网格线上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，其正视图，侧视图均为等边三角形，则该几何体的体积为（ ）



A． B．

C． D．

5．是（ ）

A．第一象限角 B．第二象限角 C．第三象限角 D．第四象限角

6．已知函数是偶函数，当时，函数单调递减，设，，，则、、的大小关系为（ ）

A． B． C． D．

7．倾斜角为45°，在轴上的截距是的直线方程为（ ）．

A． B．

C． D．

8．在各棱长均相等的四面体中,已知是棱的中点，则异面直线与所成角的余弦值为（ ）

A． B． C． D．

9．函数的零点个数为（ ）

A． B． C． D．

10．下列转化结果错误的是 ( )

A．化成弧度是 B．化成度是$−600^{∘}$

C．化成弧度是 D．化成度是$15^{∘}$

11．若扇形的圆心角为，面积为，半径为，则（ ）

A．0 B． C．4 D．

12．在平面直角坐标系xOy中，圆C的方程为x2＋y2－4x＝0.若直线y＝k(x＋1)上存在一点P，使过P所作的圆的两条切线相互垂直，则实数k的取值范围是(　　)

A．(－∞，－2$\sqrt{2}$) B．[－2$\sqrt{2}$，2$\sqrt{2}$]

C．[－$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}$] D．(－∞，－2$\sqrt{2}$]∪[2$\sqrt{2}$，＋∞)

**二、填空题**

13．已知：①，②，③，④，其中是第一象限角的为\_\_\_\_\_\_\_\_\_(填序号).

14．如图，以长方体*ABCD*–*A*1*B*1*C*1*D*1的顶点*D*为坐标原点，过*D*的三条棱所在的直线为坐标轴，建立空间直角坐标系，若点*B*1的坐标为（4，3，2），则点*C*1的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



15．已知函数，其中，，，都是非零实数，若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．九章算术中记载了弧田圆弧和其所对弦围成的弓形的面积公式，其中“弦”指圆弧所对弦长，“矢”指半径长与圆心到弦的距离之差已知一块弦长为的弧田按此公式计算所得的面积为，则该弧田的实际面积为\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题**

17．在与角终边相同的角中，求满足下列条件的角.

（1）最大的负角；（2）最小的正角；（3）的角.

18．已知的顶点，边上的高所在的直线的方程为，为中点，且所在的直线的方程为.

（1）求边所在的直线方程；（2）求边所在的直线方程.

19．如图，三棱台$ABC−EFG$的底面是正三角形，平面$ABC⊥$平面$BCGF$，$CB=2GF，BF=CF$．



（Ⅰ）求证：$AB⊥CG$；（Ⅱ）若$BC=CF=4$，求三棱锥$G−ABC$的体积．

20．如图，是单位圆上的点，且点在第一象限，点在第二象限，是圆与轴正半轴的交点，点的坐标为，.



（1）求的值；（2）设，求，，的值.

21．已知函数是定义域为*R*上的奇函数，当时，.

（1）求的解析式；

（2）若不等式成立，求实数的取值范围；

（3）若函数，求函数的最大值.

22．宜昌一中江南新校区拟建一个扇环形状的花坛（如图所示），按设计要求扇环的周长为30米，其中大圆弧所在圆的半径为10米，设小圆弧所在圆的半径为$x$米，圆心角$θ$（弧度）.



（1）求$θ$关于$x$的函数关系式；

（2）已知对花坛的边缘（实线部分）进行装饰时，直线部分的装饰费用为4元/米，弧线部分的装饰费用为9元/米，设花坛的面积与装饰总费用之比为$y$，求$y$关于$x$的函数关系式，并求出$y$的最大值.

**参考答案**

1．A







2．C

3．A

设圆锥的母线长为，则，得，即母线长为，

设圆锥的底面半径为，，解得，即圆锥底面圆的半径为2，

圆锥的侧面积为.

1. C等边三角形的高为，由三视图可知，该几何体的左边是一个三棱锥，右边是一个半个圆锥，由此可求得几何体的体积为 

5．D依题意，，所以是第四象限角.

6．A由于是偶函数，故，由于在上递减，且，所以，即.

7．B解：因为直线的倾斜角为45°，所以直线的斜率为，

因为直线在轴上的截距是，

所以所求的直线方程为，即，

8．C



各棱长均相等的四面体中棱长为2，

设取中点,连结，是棱的中点，,

是异面直线与所成角（或所成角的补角），

，

，

异面直线与所成角的余弦值为，故选C.

9．B解：函数的零点，即方程的解，

即，转化为函数与的交点，

在同一平面直角坐标系上作出函数与的图象，如下所示：

从函数图象可知，与有两个交点，即方程有两个实数根，即函数有两个零点，

故选：

10．C化成弧度是$−\frac{5}{6}π$rad，故选C

11．D设扇形的弧长为，

由扇形的面积公式可得，，解得：，

所以，所以是第二象限角，所以，，，

所以.

故选：D

12．B∵*C*的方程为*x*2＋*y*2－4*x*＝0，故圆心为*C*(2,0)，半径*R*＝2.

设两个切点分别为*A*、*B*，则由题意可得四边形*PACB*为正方形，故有|*PC*|＝$\sqrt{2}$*R*＝2$\sqrt{2}$，

∴圆心到直线*y*＝*k*(*x*＋1)的距离*d*≤|*PC*|＝2$\sqrt{2}$，

即*d*＝$\frac{\left|2k-0+k\right|}{\sqrt{k^{2}+1}}$≤2$\sqrt{2}$，

解得*k*2≤8，可得－2$\sqrt{2}$≤*k*≤2$\sqrt{2}$，

故选B.

13．②③④

因为，

，

，

.

所以②，③，④是第一象限角，

故答案为：②③④

14．

由图可知，若点*B*1的坐标为（4，3，2），∴点*C*1的坐标为（0，3，2）．

故答案为（0，3，2）．

15．1

由题设，则，应填答案。

16． 如图所示，弦长，设，

则弧田的面积为，

即，

所以，所以，

解得或不合题意，舍去；

设，则，所以，

解得，所以，

该弧田的实际面积为．

故答案为．



17．（1）;（2）;（3）

因为，

所有与终边相同的角可表示为：

则，则

则，则

令 得，

从而，代入得.

18．（1）；（2）.

（1）设点的坐标为，直线的斜率为，

由于直线与直线垂直，则直线的斜率为，整理得，

又因为点在直线，则，

所以，解得，即点的坐标为，

因此，边所在的直线方程为，即；

（2）设点的坐标为，由的中点在直线上，

所以，整理得，

又因为点在直线上，，

所以，解得，即点.

则直线的斜率为，

因此，边所在直线的方程为，即.

19．(Ⅰ)证明见解析；(Ⅱ)8.



（I）取$BC$的中点为$D$，连结$DF$.

由$ABC-EFG$是三棱台得，平面$ABC//$平面$EFG$，从而$BC//FG$.

$∵$ $CB=2GF$，$∴$ $CD//GF$，

$∴$四边形$CDFG$为平行四边形，$∴$ $CG//DF$.

$∵$ $BF=CF$，$D$为$BC$的中点，

$∴$ $DF⊥BC$，$∴$ $CG⊥BC$.

$∵$平面$ABC⊥$平面$BCGF$，且交线为$BC$，$CG⊂$平面$BCGF$，

$∴$ $CG⊥$平面$ABC$，而$AB⊂$平面$ABC$，

$∴$ $CG⊥AB$.

(Ⅱ)连结$AD$.

由$ΔABC$是正三角形，且$D$为中点得，$∴$ $AD⊥BC$.

由(Ⅰ)知，$AD⊥$平面$ABC$，$GF//CD$

$V\_{G-ABC}=V\_{A-BCF}=\frac{1}{3}×\frac{\sqrt{3}}{4}×4^{2}×2\sqrt{3}=8$.

20．（1）（2）；；

（1）由题意得：且，解得：

（2）设，则有：，，

由得：

；；

21．（1）； （2）； （3）.

（1）因为函数是定义域为*R*上的奇函数，当时，，

设，则，

可得，且，

所以函数的解析式为.

（2）由（1）可得函数，作出函数的图象如图所示：

可得函数在定义域上为单调递增函数，

又由函数为奇函数，所以不等式，

可化为，

所以，解得，即实数的取值范围是.



（3）当，

可得函数，

则函数开口向上，且对称轴的方程为，

当时，即，函数在区间单调递减，

所以当时，函数取得最大值，最大值为；

当时，即，函数在区间单调递增，

在区间单调递减

所以当时，函数取得最大值，最大值为；

当时，即，函数在区间单调递增，

所以当时，函数取得最大值，最大值为，

所以函数的最大值.

22．（1）由题可知$30=θ(10+x)+2(10-x)$，所以$θ=\frac{10+2x}{10+x}$，$x\in (0,10)$.

（2）花坛的面积为$\frac{1}{2}θ(10^{2}-x^{2})=(5+x)(10-x)=-x^{2}+5x+50$（$0<x<10$），

装饰总费用为$9θ(10+x)+8(10-x)=170+10x$，

所以花坛的面积与装饰总费用之比为$y=\frac{-x^{2}+5x+50}{170+10x}=-\frac{x^{2}-5x-50}{10(17+x)}$.

令$t=17+x$，$t\in (17,27)$，则$y=\frac{39}{10}-\frac{1}{10}(t+\frac{324}{t})\leq \frac{39}{10}-\frac{1}{10}2\sqrt{324}=\frac{3}{10}$，

当且仅当$t=18$时取等号，此时$x=1$，$θ=\frac{12}{11}$.

故花坛的面积与装饰总费用之比为$y=-\frac{x^{2}-5x-50}{10(17+x)}$，且$y$的最大值为$\frac{3}{10}$.