江西师大附中高二（理）数学月考试卷

 命题人： 审题人： 2021．4

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的**．

1．已知是虚数单位，的虚部是（ ）

A．**  B． C． D．

2．设**、是两条不同的直线，**、**是两个不同的平面，则能得出**的是（ ）

A．**，∥**，** B．**，**，**∥**

C．**，**，**∥** D．**，∥**，**

3．设**，则**的共轭复数在复平面内对应的点位于（ ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

4．在棱长为2的正方体**中，**是棱**的中点，过**，**，**作

正方体的截面，则这个截面的面积为（ ）

A．** B．** C．** D．**

5．表示空间中的两条直线，若：是异面直线；：不相交，则是的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

6．如图是一个棱锥的正视图和侧视图，它们为全等的等腰直角三角形，则该棱锥的俯视

图不可能是（ ）



7．已知**是虚数单位，**得“**”是“**”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

8．已知长方体**中，**、**与底面**所成的角分别为**和

**，则异面直线**和**所成角的余弦值为（ ）

A．** B．** C．** D．**

9．某多面体的三视图如图所示，则该多面体的表面积是（ ）

A． B．

C． D．

10．如图，在棱长均相等的四棱锥**

中，为底面正方形的中心，分别为

侧棱的中点，有下列结论：

①∥平面；

②平面∥平面；

③；

④直线与所成角的大小为**．

其中正确结论的序号是（ ）

A．①②B．①②③

C．②③ D．②③④

11．在中，，，，为的中点，

将沿折起，使点间的距离为，则折起后点

到平面的距离为（ ）

A． B． C．1 D．

12．如图，在中，，．若平面

外的点和线段上的点，满足，，则

四面体的体积最大时其外接球的表面积是（ ）．

A． B． C． D．

**二、填空题:本大题共4小题,每小题5分，满分20分**．

13．已知，是虚数单位，若为纯虚数，则\_\_\_\_\_\_．

14．如图，在圆柱内有一个球，该球与圆柱的上、下底面及母线均

相切．记圆柱的体积为，球*O*的体积为，则的值是\_\_\_\_．

15．已知正方体的棱长为，是线段上的一点且

，是平面内一动点，则的最小值是\_\_\_\_．

16．如图，在直角梯形中， ，∥，，点是线段上异于点的动点， 于点，将沿折起到的位置，并使，则五棱锥的体积的取值范围为\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本大题共6小题，共70分． 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤**．

17．（本题满分10分）如图，在三棱锥中，，，

，．

（1）根据图中所给的主视方向，在下列方格纸（方格的单位长度为1）上已画出该三

棱锥的主视图，请画出该三棱锥的左视图和俯视图；

（2）求证：．

 

18．（本题满分12分）如图，在正四棱台中，上底面边长为1，下底

面边长为3，侧棱长为2．

（1）求此正四棱台的侧面积；

（2）求此正四棱台的体积．

19．（本题满分12分）在四棱锥中，底面为正方形，为的

重心．

（1）设，若∥平面，求实数的值；

（2）若平面，且，求异面直线与所成的角．



20．（本题满分12分）如图，四边形是一个边长为2的菱形，且，现沿

着将折到的位置，使得平面平面，是线段，

上的两个动点（不含端点），且，平面与平面相交于．

（1）求证：∥；

（2）为上一个动点，求平面与平面所成

锐二面角的最小值．

21．（本题满分12分）如图甲，设正方形的边长为3，点分别在

上，且满足，．将直角梯形沿折到的位

置，使得点在平面上的射影恰好在上，如图乙所示．

（1）证明：∥平面；

（2）求二面角的余弦值．

22．（本题满分12分）如图，在三棱锥中，，若，

，，且．

（1）求证：平面平面；

（2）若，试问在线段上是否存在点，

使直线与平面所成角的正弦值为，若存在，求出点

的位置，若不存在，请说明理由．

江西师大附中高二（理）数学月考答案

 命题人： 审题人： 2021．4

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的**．

1．已知是虚数单位，的虚部是（）A

A．**B． C． D．

2．设**、是两条不同的直线，**、**是两个不同的平面，则能得出**的是（）C

A．**，∥**，** B．**，**，**∥**

C．**，**，**∥** D．**，∥**，**

3．设**，则**的共轭复数在复平面内对应的点位于（）D

A．第一象限 B．第二象限C．第三象限D．第四象限

4．在棱长为2的正方体**中，**是棱**的中点，过**，**，**作

正方体的截面，则这个截面的面积为（）C

A．** B．** C．**D．**

5．表示空间中的两条直线，若：是异面直线；：不相交，则是的（A）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

6．如图是一个棱锥的正视图和侧视图，它们为全等的等腰直角三角形，则该棱锥的俯视

图不可能是（）C



7．已知**是虚数单位，**得“**”是“**”的（）A

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

8．已知长方体**中，**、**与底面**所成的角分别为**和

**，则异面直线**和**所成角的余弦值为(　　)A

A．**B．**C．** D．**

9．某多面体的三视图如图所示，则该多面体的表面积是（）B



A． B． C． D．

10．如图，在棱长均相等的四棱锥**中，为底

面正方形的中心，、分别为侧棱，的中点，

有下列结论：

①∥平面；②平面∥平面；

③；④直线与所成角的大小为**．

其中正确结论的序号是（）B

A．①②B．①②③

C．②③ D．②③④

11．在中，，，，为的中点，将沿折

起，使点间的距离为，则折起后点到平面的距离为（）A

A． B． C．1 D．

12．如图，在中，，．若平面

外的点和线段上的点，满足，，则

四面体的体积最大时其外接球的表面面积是（）．D

A． B． C． D．

**二、填空题:本大题共4小题,每小题5分，满分20分**．

13．已知，是虚数单位，若为纯虚数，则\_\_\_\_\_\_．

14．如图，在圆柱内有一个球，该球与圆柱的上、下底面及母线均相切．记圆柱

的体积为，球*O*的体积为，则的值是\_\_\_\_\_\_．

15．已知正方体的棱长为，

是线段上的一点且，是平面

内一动点，则的最小值是\_\_\_\_\_\_．

16．如图，在直角梯形中，，∥，，点是线段上异于点的动点，于点，将沿折起到的位置，并使，则五棱锥的体积的取值范围为\_\_\_\_\_\_．



**三、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤**．

17．（本题满分10分）如图，在三棱锥中，，，，．

（1）根据图中所给主视方向，在下列方格纸（方格的单位长度为1）中已画出该三棱锥的主视图，请画出该三棱锥的左视图和俯视图；

（2）求证：．



【解析】（1）三棱锥的左视图和俯视图如图所示

…………………………………………5分

注：对一个给3分，全对得5分

（2）因为，，，

由勾股定理得，，………………………………………………7分

从而， ………………………………………………………………9分

所以． ………………………………………………………………………10分

18．（本题满分12分）如图，在正四棱台中，上底面边长为1，下底面边长为3，侧棱长为2.

（1）求此正四棱台的侧面积；

（2）求此正四棱台的体积．



【解析】（1）如图，连接，作，易知平面，…………1分

再作，连接，则，……………………………………………2分

在梯形中，易得， ……………………………………………………4分

所以此正四棱台的侧面积为；……………………………………6分

（2）在，，，……………………………………………8分

所以此正四棱台的体积为；…………………………………12分

19．（本题满分12分）在四棱锥中，底面为正方形，为的重心．

（1）设，若∥平面，求实数的值；

（2）若平面，且，求异面直线与所成的角．



【解析】（1）连接并延长交于，连接，，…………………………1分

因为∥平面，所以∥，………………………………………………3分

由为的重心，得，……………………………………………………5分

从而，故；………………………………………………………………6分



（2）分别在取线段的中点，连接，…………7分

易证∥，∥， ………………………………………………………8分

从而异面直线与所成的角为或其补角，……………………………9分

设，易得，，………………………………………10分

由平面，得，从而得，…………………………11分

在中，，所以，

故异面直线与所成的角为．………………………………………………12分



20．（本题满分12分）如图，四边形是一个边长为2的菱形，且，现沿着将折到的位置，使得平面平面，是线段，上的两个动点（不含端点），且，平面与平面相交于．

（1）求证：∥；

（2）为上一个动点，求平面与平面所成锐二面角的最小值．

【解析】（1）证明：因为，所以∥，…………………………2分

因为平面，平面，∥平面，…………………4分

平面与平面相交于，平面，所以∥； …………6分

（2）取中点，连接，，

则平面，且，……………………7分

过点作于，连接，则，

所以为所求锐二面角的平面角，记为， ……8分

所以，当最大时，最小，……9分

因为，所以在以为直径的圆上，

当与重合时，的最大值为1，……………11分

所以，从而的最小值为．……12分

21．（本题满分12分）如图甲，设正方形的边长为3，点分别在上，且满足，．将直角梯形沿折到的位置，使得点在平面上的射影恰好在上，如图乙所示．

（1）证明：∥平面；

（2）求二面角的余弦值．



【解析】（1）在题图甲中，易知∥，从而在题图乙中有∥，……2分

又∥，从而平面∥平面，…………………………………………4分

因为平面，所以∥平面；……………………………………6分

（2）如图（1），过点作于点，连接，因为平面，

所以，又，所以平面，从而，

所以为二面角的平面角．………………………………………8分

在图（2）中有，又，所以三点共线，

设的中点为，则，连接，可证，

所以，则．

易知，所以， ……………………10分

， ……………………………………………………………11分

在中，，

即二面角的余弦值为． ………………………………………………12分



22．（本题满分12分）如图，在三棱锥中，，若，，，且．

（1）求证：平面平面；

（2）若，试问在线段上是否存在点，使直线与平面所成的角的正弦值为，若存在，求出点的位置，若不存在，请说明理由．

【解析】（1）由得，………………1分

设，

由余弦定理得，…………………………2分

进一步化简得，从而，…………………………………3分

取中点，因为，所以， ……………………………4分

因为，所以，从而， ………5分

由且得平面，

又平面，平面平面．…………………………………6分



（2）作，由（1）知，平面，

从而平面平面，连接，作，

易知平面，且∥，

连接，则为直线与平面所成的角，……………………8分

由题意知，设，从而，

因为，所以

在中，，……………………………………………………9分

因为∥，所以，得，……………………………10分

在中，由正弦定理得，，……………………………11分

从而，所以，因此为线段中点．…………12分

