**2021年高三联合模拟考试**

**数 学（文科）**

**第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）**

**一、选择题：本题共 12 个小题，每题 5 分，共计 60 分**

1．若集合，集合，则

A． B． C． D．

2．若，，则复数的模是

A． B． C． D．

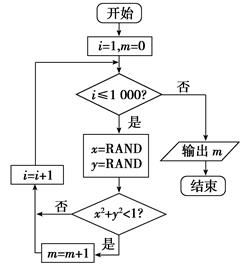
3．中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“九百九十六斤绵，赠分八子作盘缠，次第每人多十七，要将第八数来言，务要分明依次弟，孝和休惹外人传．”其意思为：“棉花，分别赠送给个子女作旅费，从第一个开始，以后每人依次多，使孝顺子女的美德外传，试求各人应分得多少斤．”则第3个子女分得棉花

A．　　　　B． C． D．

4．抛物线的准线方程是

A． B． C． D．

5. 函数的图象过定点，且角的终边过点，则的值为

A.  B.  C.  D. 

6. 我们可以用随机数法估计的值，如图所示的程序框图表示其基本步骤(函数RAND是产生随机数的函数，它能随机产生内的任何一个实数)．若输出的结果为，则由此可估计的近似值为

A．   B．

C．   D．

7．设，则“”是“直线与直线平行”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

8. 曲线在点处的切线截圆所得的弦长为

A．　　　　　　　　B． C． D. 

9．已知是定义在上的偶函数，其图象关于点对称．以下关于的结论：

①是周期函数； ②满足；

③在上单调递减； ④是满足条件的一个函数．

其中所有正确的结论是

A．①②③④ B． ②③④ C．①②④ D．①④

10．将函数的图象向右平移个单位长度后得到函数的图象.

则下列关于函数的结论正确的是

A．最大值为1，图象关于直线对称 B．为奇函数，在上单调递增

C．为偶函数，在上单调递增 D．周期为，图象关于点对称

11．已知三棱锥的四个顶点都在球的表面上，，，且，，则球的表面积为

A． B． C． D．

12．已知函数，若函数在上有3个零点，则实数的取值范围为

A． B． C． D．

**第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）**

**二、填空题：本题共 4 个小题，每题 5 分，共计 20 分.把答案填在答题卡相应位置**

13．向量，，若，则实数的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 在正方体中，为线段的中点，则异面直线与所成角的大小为\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．设分别是双曲线的左、右焦点，若双曲线上存在一点*A*，使,且，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_．

16. 已知中，角对应的边分别为，且，，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本大题共6小题，满分70分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤**

17. （本小题满分12分）已知数列是递增的等差数列，满足，的等比中项．

(1)求数列的通项公式；

(2)设，求数列的前*n*项和.

18．（本小题满分12分）某地区在“精准扶贫”工作中切实贯彻习近平总书记提出的“因地制宜”的指导思想，扶贫工作小组经过多方调研，综合该地区的气候、地质、地理位置等特点，决定向当地农户推行某类景观树苗种植.工作小组根据市场前景重点考察了*A，B*两种景观树苗，为对比两种树苗的成活率，工作小组进行了引种试验，分别引种树苗*A，B*各50株，试验发现有80%的树苗成活，未成活的树苗*A，B*株数之比为1：3.

（1）完成2×2列联表，并据此判断是否有99%的把握认为树苗*A，B*的成活率有差异？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *A* | *B* | 合计 |
| 成活株数 |  |  |  |
| 未成活株数 |  |  |  |
| 合计 | 50 | 50 | 100 |



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.05 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|  | 3.841 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

（2）已知*A*树苗经引种成活后再经过1年的生长即可作为景观树*A*在市场上出售，但每株售价*y*（单位：百元）受其树干的直径*x*（单位：*cm*）影响，扶贫工作小组对一批已出售的景观树*A*的相关数据进行统计，得到结果如下表：

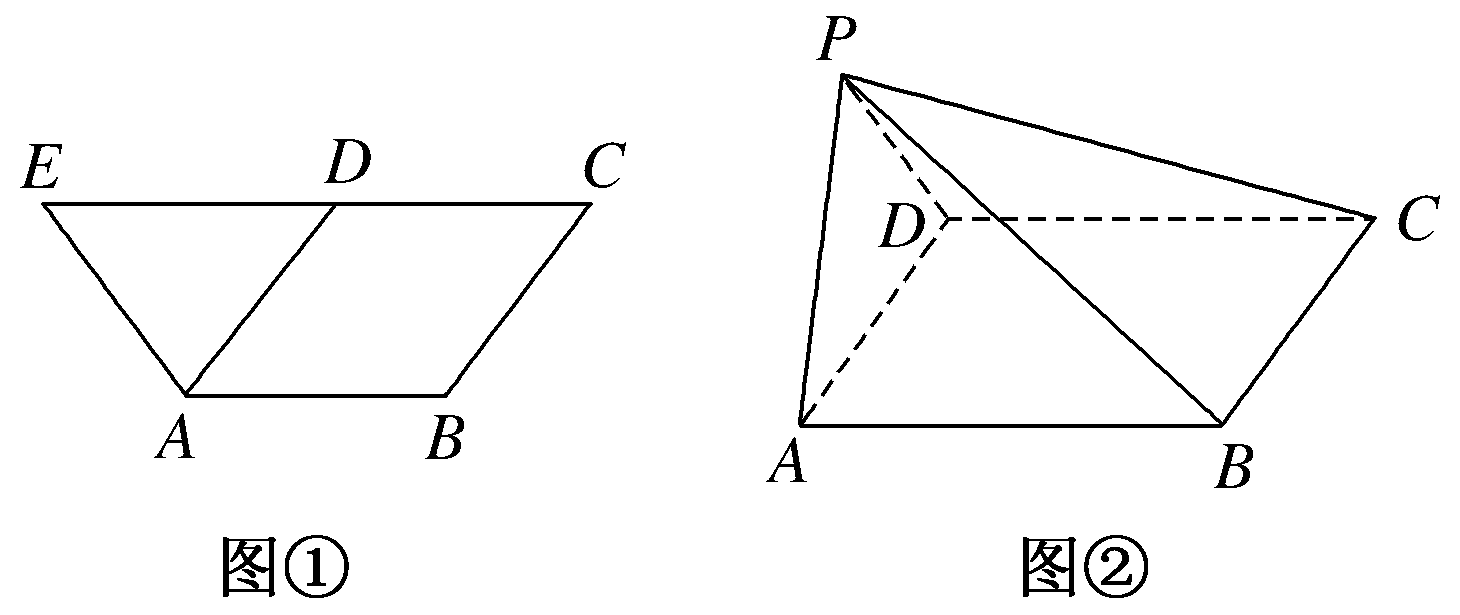
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 直径*x* | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 单株售价*y* | 4 | 8 | 10 | 16 | 27 |

根据上述数据，判断是否可用线性回归模型拟合*y*与*x*的关系？并用相关系数*r*加以说明.（一般认为，为高度线性相关）

参考公式及数据：

相关系数.14

19.（本小题满分12分）已知在等腰梯形(如图①)中，∥，，，是的中点，将沿折起，构成四棱锥 (如图②)．



(1)求证：；

(2)当时，求三棱锥的体积．

20.（本小题满分12分）在平面直角坐标系中，点是圆上的动点，定点，线段的垂直平分线交于，记点的轨迹为.

(1)求轨迹的方程；

(2)若过点的直线与轨迹交于两点，在轴上是否存在点，使得为定值？若存在，求出点的坐标；若不存在，请说明理由．

21．（本小题满分12分）已知函数.

(1)求函数极值；



**请考生在第22、23题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分．答题时用2B铅笔在答题卡上把所选的题号涂黑.**

22.（本小题满分10分）(选修4—4：坐标系与参数方程)

在直角坐标系中，直线的参数方程为，以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线的极坐标方程为.

(1)求曲线的直角坐标方程．

(2)若直线与曲线交于不同的两点，且，求实数的值．

23.（本小题满分10分）(选修4—5：不等式选讲)

已知函数，记不等式的解集为.

（1）求；

（2）设，证明：.

**2021年高三联合模拟考试**

**数学（文科）参考答案**

1. **选择题**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **答案** | **C** | **D** | **C** | **D** | **D** | **B** | **A** | **A** | **C** | **B** | **D** | **B** |

**二、填空题**

**   **

**三、解答题**

17．解：(1)设数列{*an*}的公差为*d*，由*a*2＋*a*3＋*a*4＝15得*a*3＝5，

由*a*2是*a*1和*a*5的等比中项，得*a*＝*a*1·*a*5，2

所以(5－*d*)2＝(5－2*d*)(5＋2*d*)，解得*d*＝0或*d*＝2，-----------------2分

因为数列{*an*}为递增数列，所以*d*＝2.又*a*3＝5，所以*a*1＝1，------------4分

所以*an*＝2*n*－1.------------------------------6分

(2)*bn*＝＝＝，--------------8分

所以*Sn*＝----------------10分

＝＝.------------12分

18．【解析】试验发现有80%的树苗成活，故不成活20株，未成活的树苗*A，B*株数之比为1：3.树苗未成活有5株，成活45株，树苗未成活有15株，成活35株，--------------2分

（1）列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | 合计 |
| 成活株数 | 45 | 35 | 80 |
| 未成活株数 | 5 | 15 | 20 |
| 合计 | 50 | 50 | 100 |

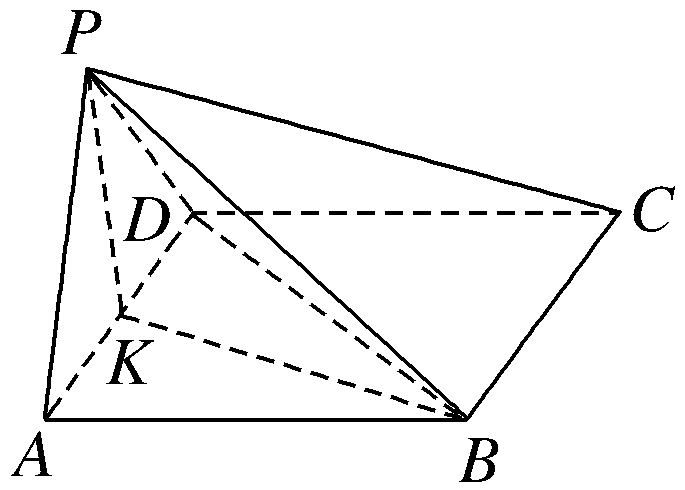
------------------------3分

-------------5分

故没有99%的把握认为二者有差异-------------6分

（2）.---------------------8分

.------------11分

故可以用线性回归模型拟合.-----------------------12分

19． (1)证明：如图，取*AD*中点*K*，连接*PK*，*BK*，*BD*.

在图①中，*AB*∥*EC*，*AB*＝*EC*，*D*是*EC*的中点，

∴*AB*∥*DC*，又*AB*=*DC*

∴四边形*ABCD*为平行四边形，∴∠*DAB*＝60°.

∴∠*EAD*＝60°，*AE*＝*AD*＝*BC*.∴△*EAD*为等边三角形，

∴*PA*＝*PD*，∵*K*为*AD*的中点，∴*PK*⊥*AD*.---------2分

又*AD*＝*AB*，∠*DAB*＝60°，∴△*ADB*为等边三角形，则*AB*＝*BD*，则*BK*⊥*AD*.--------------4分

又*PK*∩*BK*＝*K*，------------------5分

∴*AD*⊥平面*PBK*，∴*AD*⊥*PB*.-------------------6分

(2)由平面*PAD*⊥平面*ABCD*，平面*PAD*∩平面*ABCD*＝*AD*，*PK*⊂平面*PAD*，

*PK*⊥*AD*，得*PK*⊥平面*ABCD*.----------------8分

由*AB*＝*BC*＝4，∠*ABC*＝120°，得*S*△*ABC*＝4 .-----------10分

又*PK*＝2 ，

∴三棱锥*C*­*PAB*的体积*VC*­*PAB*＝*VP*­*ABC*＝×4 ×2 ＝8.------------12分

20. 解：(1)由题得＋＝＝4，∴点*Q*的轨迹*E*是以*F*1，*F*2为焦点的椭圆，

其中2*a*＝4,2*c*＝2∴*a*＝2，*c*＝1，*b*2＝*a*2－*c*2＝4－1＝3，

故所求C的方程为＋＝1.-----------------------------4分

(2)假设存在*M*，使得·为定值，联立得*y*2＋6*my*－9＝0，

设*A*，*B*，则*y*1＋*y*2＝－，*y*1·*y*2＝－，----------------7分

＝，＝，

·＝·＋*y*1·*y*2＝*y*1·*y*2＋*m*＋2

---------------------8分

＝＋*m*＋(1－*x*0)2＝＋2.-----------9分

要使上式为定值，即与*m*无关，应有＝－，--------------------10分

解得*x*0＝，此时·＝－，-------------------11分

所以，存在点*M*使得·＝－为定值．---------------12分

21解：(1)*f*(*x*)的定义域为(0，＋∞)，*f*′(*x*)＝＋2*ax*＋2*a*＋1＝.

若*a*≥0，则当*x*∈(0，＋∞)时，*f*′(*x*)>0，故*f*(*x*)在(0，＋∞)上单调递增，无极值．-------------2分

若*a*<0，则当*x*∈时，*f*′(*x*)>0， *f*(*x*)在上单调递增；

当*x*∈时，*f*′(*x*)<0，在上单调递减，

*f*(*x*)有极大值为，无极小值--------------4分

(2) 令，则．--------------5分

由，故存在，使得，

即 ． ---------------6分

所以，当时，；当时，．

故当时，函数有极小值，且是唯一的极小值，----------------7分

故函数-------------9分

，--------------------10分

因为，所以，--------------11分

故，

即．--------------------12分

22. 解：(1)因为2*ρ*2－*ρ*2cos2*θ*＝8，且*ρ*2＝*x*2＋*y*2，*ρ*cos *θ*＝*x*，所以2(*x*2＋*y*2)－*x*2＝8，

故曲线*C*的直角坐标方程为＋＝1.-------------------5分

(2)将直线*l*的参数方程代入曲线*C*，得2＋22＝8，

整理得4*t*2＋2*at*＋3*a*2－24＝0，由*Δ*＝2－16＝24>0，

解得－4<*a*<4.设*A*，*B*所对应的参数分别为*t*1，*t*2，所以*t*1＋*t*2＝－，*t*1*t*2＝，

所以＝＝＝＝＝3，

解得*a*＝－2或*a*＝2.----------------------10分

23.【解析】（1），

由，解得，故.-----------------------5分

（2）证明：因为，所以，，所以，

所以.---------------------10分