厦门市湖滨中学2020---2021学年第二学期期中考

高一数学试卷

**一、单选题（**本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1．已知复数*z*满足，(其中*i*为虚数单位)，则复数*z*的虚部为（ ）

A．1 B． C． D．

2．已知向量满足，，，则=（　　）

A．3 B．5 C．6 D．7

3．平面∥平面，，则直线和的位置关系（ ）

A．平行 B．平行或异面 C．平行或相交 D．平行或相交或异面

4．在△中，若，，，则△的面积为（ ）

A． B．或 C． D．或

5．已知向量，向量，则与的夹角为（ ）

A． B． C． D．

6．若圆锥的体积与球的体积相等，且圆锥底面半径与球的直径相等，则圆锥侧面积与球的表面积之比为（ ）

A． B． C． D．

7．在中，已知点在线段上，点是的中点，，，，则的最小值为（ ）

A． B．4 C． D．

8．在中，角，，的对边分别为，，，若，点是边的中点，且，则的面积为（ ）

A． B． C．或 D．或 

**二、多选题（**本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合要求．全部选对的得5分，部分选对的得3分，有选错的得0分）

9．已知*i*是虚数单位，复数(*z*的共轭复数为)，则下列说法中正确的是（ ）

A．的虚部为1 B． C． D．

10．设向量，，则（ ）

A． B． C． D．与的夹角为

11．如图，某校测绘兴趣小组为测量河对岸直塔(*A*为塔顶，*B*为塔底)的高度，选取与*B*在同一水平面内的两点*C*与*D*(*B*，*C*，*D*不在同一直线上)，测得.测绘兴趣小组利用测角仪可测得的角有：，则根据下列各组中的测量数据可计算出塔的高度的是（ ）

A． B．

C． D．

12．如图，透明塑料制成的长方体容器内灌进一些水，固定容器一边于地面上，再将容器倾斜，随着倾斜度的不同，有下面几个结论，其中**不**正确的命题是（ ）


A．水面所在四边形的面积为定值

B．随着容器倾斜度的不同，始终与水面所在平面平行

C．没有水的部分有时呈棱柱形有时呈棱锥形

D．当容器倾斜如图（3）所示时，为定值

**三、填空题（**本题共4小题，每小题5分，共20分**）**

13．设的三个内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．如图，在的方格中，已知向量的起点和终点均在格点，且满足向量，那么\_\_\_\_\_\_．

15．若用一个平面去截球体，所得截面圆的面积为，球心到该截面的距离是，则这个球的表面积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知复数对应的点在复平面第一象限内，甲､乙､丙､丁四人对复数的陈述如下（为虚数单位）：甲：；乙：；丙：；丁：.在甲､乙､丙､丁四人陈述中，有且只有两个人的陈述正确，则复数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题（**本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．已知复数，实数取什么值时，

（1）复数为实数？

（2）复数为纯虚数？

18．已知向量，.

（1）若向量与垂直，求的值；

（2）若向量与的夹角为锐角，求的取值范围；

（3）求和夹角的余弦值.

19．如图：在正方体中，*E*为的中点.

（1）求证：平面；

（2）若*F*为的中点，求证：平面平面.

20．已知的内角，，的对边分别为，，，在

①；

②；

③；这三个条件中任选一个完成下列内容：

（1）求的大小；

（2）若的面积，，求值.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

21．已知正方体中的棱长为2，是中点．则一定有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（1）在下面三个选项中选取一个正确的序号填写在横线上，并说明理由.

①面 ②与平面相交 ③面

1. 设的中点为，过、、作一截面，交于点，求截面面积．

22．一经济作物示范园的平面图如图所示，半圆的直径，点在的延长线上，，点为半圆上异于两点的一个动点，以点为直角顶点作等腰直角，且点与圆心分布在的两侧，设.

（1）把线段的长表示为的函数；

（2）现要在和内分别种植甲､乙两种经济作物. 这两种作物单位面积的收益比为，求为何值时，收益最大？

**参考答案**

1．C

【分析】

首先对题目所给式子进行化简运算，然后再根据虚部的概念即可得到答案.

【详解】

解：，

，

的虚部是，

故选：C.

【点睛】

本题考查了复数的运算以及复数虚部的概念，属于基础题型；解题方法是先对题目所给式子进行化简，然后找出虚部即可；解题的关键点是要知道表示的是模长、虚部是一个实数，是前面的系数.

2．C

【分析】

根据向量的模即可求出．

【详解】

∵，

∴，

即14=9+16+，

∴=-11．

∴=9+16+11=36，

∴，

故选C．

【点睛】

本题考查了向量的模的计算，属于基础题．

3．B

【分析】

利用平面∥平面，可得平面与平面没有公共点，根据，可得直线，没有公共点，即可得到结论．

【详解】

∵平面平面，∴平面与平面没有公共点

∵，，∴直线，没有公共点

∴直线，的位置关系是平行或异面，

故选：B.

4．D

【详解】

∵△ABC中，B=30°，AB=2，AC=2，
∴
∴sinC=，
∴C=60°或120°，
∴A=90°或30°，
∴△ABC的面积为•AB•AC•sinA=2或．

5．B

【分析】

计算，然后根据夹角公式计算即可.

【详解】

因为，设所求角度为，

则，又，所以

故选:B.

6．A

【分析】

利用圆锥体积与球的体积相等求解出圆锥高与底面半径之间的关系，进而用圆锥底面半径分别表示出圆锥侧面积和球的表面积，从而求得结果.

【详解】

设圆锥底面半径为，圆锥的高为，则球的半径为

 

圆锥母线长为：

圆锥侧面积，球的表面积



本题正确选项：

【点睛】

本题考查空间几何体表面积、体积的相关计算问题，关键是能够利用体积相等的关系得到圆锥底面半径与圆锥高之间的关系.

7．C

【分析】

利用三点共线可得，由，利用基本不等式即可求解.

【详解】

由点是的中点，

则，

又因为点在线段上，则，

所以，

当且仅当，时取等号，

故选：C

【点睛】

本题考查了基本不等式求最值、平面向量共线的推论，考查了基本运算求解能力，属于基础题.

8．D

【详解】

由题可知，，则，或.因为，所以，即，当时，，所以的面积为；当时，，所以的面积为.

故答案为D.

【点睛】

这个题考查了三角函数两角和差公式的逆用，以及向量的模长的应用，三角函数的面积公式的应用，题型比较综合.

9．AC

【分析】

利用复数的乘法运算求出，再根据复数的概念、复数的运算以及复数模的求法即可求解.

【详解】

，所以，

对于A，的虚部为1，故A正确；

对于B，，故B不正确；

对于C，，故C正确；

对于D，，故D不正确.

故选：AC

10．CD

【分析】

根据平面向量的模､垂直､夹角的坐标运算公式和共线向量的坐标运算，即可对各项进行判断，即可求出结果.

【详解】

对于A，，，，，故A错误；

对于B，，，，又，则，与不平行，故B错误；

对于C，又，，故C正确；

对于D，又，又与的夹角范围是，与的夹角为，故D正确.

故选：CD.

【点睛】

关键点点睛：本题考查了平面向量的坐标运算，熟记平面向量的模､垂直､夹角坐标运算公式及共线向量的坐标运算时解题的关键，考查学生的运算能力，属于基础题.

11．ACD

【分析】

根据解三角形的原理：解一个三角形，需要知道三个条件，且至少一个为边长. 分析每一个选项的条件看是否能求出塔的高度.

【详解】

解一个三角形，需要知道三个条件，且至少一个为边长.

A. 在中，已知，可以解这个三角形得到，再利用、解直角得到的值；

B. 在中，已知无法解出此三角形，在中，已知无法解出此三角形，也无法通过其它三角形求出它的其它几何元素，所以它不能计算出塔的高度；

C. 在中，已知，可以解得到,再利用、解直角得到的值；

D.



如图，过点作,连接.

由于,

所以，所以可以求出的大小，

在中，已知可以求出再利用、解直角得到的值.

故选：ACD

【点睛】

方法点睛：解一个三角形，需要知道三个条件，且至少一个为边长. 判断一个三角形能不能解出来常利用该原理.

12．ABC

【分析】

根据倾斜度的不同逐项讨论后可得正确的选项．

【详解】

对于A，在图（1）中，水面所在四边形的面积为棱柱底面的面积，在图（2）中，水面所在四边形的面积大于原棱柱底面的面积，故A错.

对于B，在图（1）中，与水面所在平面平行，在图（2），图（3）中，与水面所在平面均不平行，故B错.

对于C，因为棱柱在绕旋转的过程中，没有水的部分始终呈棱柱形，故C错.

对于D，因为在图（3），有水的部分形成一个直三棱柱，该三棱柱的底面为三角形，高为，根据水的体积为定值可得底面三角形的面积为定值，故为定值，故D正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查空间几何体的判断，本题中注意分析有水部分几何体在变化过程哪些几何量是确定的，哪些位置关系是确定的，本题属于中档题.

13．1

【分析】

由余弦定理即可得出答案.

【详解】

由余弦定理可得，，故

故答案为：1

【点睛】

本题考查了余弦定理的应用，考查了计算能力，属于基础题目.

14．3

【分析】

先作单位向量，再用单位向量表示，，，再根据平面向量的基本定理得出关于，的方程组，解出，，即可得出的值.

【详解】

设单位向量，则，

，

又∵，∴，

∴，解得.

∴.

故答案为：3.

15．

【解析】

试题分析：由题意截面半径为，球半径为，所以．

考点：球的截面的性质，球的表面积．

16．

【分析】

设，由此可计算出，，和，根据数字对比可发现丙丁、乙丁不能同时成立；又甲乙丙任意两个正确，则第三个一定正确，由此可得到只能甲丁正确，由此可求得.

【详解】

设，则，

，，，.

与不可能同时成立，丙丁不能同时正确；

时，，不成立，乙丁不能同时正确；

当甲乙正确时：，，则丙也正确，不合题意；

当甲丙正确时：，，则乙也正确，不合题意；

当乙丙正确时：，，则甲也正确，不合题意；

甲丁陈述正确，此时，.

故答案为：.

17．（1）或；（2）.

【解析】

试题分析：复数的实部为：，虚部为：，（1）复数为实数，必须满足虚部为零，即：进而求得的值；（2）复数为纯虚数，需满足：实部为零且虚部不为零，即：且.

试题解析：（1） 解得:或;

（2）所以:所以:.

考点：1.复数；2.计算.

18．(1) ;(2)且;(3) .

【分析】

(1)确定向量与的坐标,利用垂直的条件,即可求出的值;

(2)向量与的夹角为锐角,则数量积大于0且不共线,即可求的取值范围.

(3)确定和的坐标,根据向量的夹角公式即可求得结果.

【详解】

(1)依题意得:, 

向量与垂直,

,解得:.

(2)由(1) , ,

向量与的夹角为锐角,

且.

且.

(3)依题意得,

.

【点睛】

本题考查向量知识的运用,考查向量垂直及夹角为锐角时求参数问题,考查向量的夹角公式,考查学生分析解决问题的能力,属于中档题.

19．（1）③，理由详见解析；（2）.

【分析】

（1）连接*BD*，*AC*交于点*O,* 易得是平行四边形，得到，再利用线面平行的判定定理证明.

（2）根据过、、作一截面，交于点，且*M*为中点，得到*G*为中点，由正方体的结构特征，得到截面是菱形，然后由求解.

【详解】

（1）③面，如图所示：



连接*BD*，*AC*交于点*O*，连接，

因为，

所以是平行四边形，

所以，又面，面，

所以面.

（2）如图所示：



因为过、、作一截面，交于点，且*M*为中点，

所以*G*为中点，由正方体知：，

所以截面是平行四边形，又，

所以截面是菱形，连接，

所以截面的面积为：.

【点睛】

本题主要考查直线与平面的位置关系，线面平行的判定定理以及截面问题，还考查了逻辑推理和运算求解的能力，属于中档题.

20．（1）无论选哪种，（2）

【分析】

（1）选①，结合正弦定理及余弦定理进行化简即可求解；

（2）结合（1）及三角形的面积公式可求，进而可求，结合正弦定理即可求解．

【详解】

选择①：（1）由正弦定理得

，，

由余弦定理得，∵，∴.

（2）由面积公式，.

由余弦定理得得，

由正弦定理得

，，，，.

【点睛】

本题主要考查了正弦定理，余弦定理及三角形的面积公式在求解三角形中的应用，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平．

21．（1），；（2）当时，总收益最大.

【分析】

（1）由圆的性质可知为以为直角的直角三角形，则，在中，利用余弦定理可得出关于的表达式；

（2）分别表示出和的面积关于的表达式，利用这两种作物单位面积的收益比为，设甲、乙单位面积的收益分别为，，将总收益为表示出来，利用辅助角公式化简，并分析为何值时，收益最大.

【详解】

（1）依题设易知为以为直角的直角三角形，又已知，，

所以.

在中，由余弦定理得，

.

所以，定义域为.



（2）



设甲､乙单位面积的收益分别为，，总收益为那么

()

所以，当时，总收益最大.

【点睛】

本题考查解三角形的实际应用，难度一般，解决此类问题，应先确定主变量角以及相关的常量与变量，建立关于角的三角函数式，再结合解三角形知识、三角恒等变换公式化简求解.

22．（1）；（2）．

【分析】

（1）利用正弦定理边化角可求得结果；

（2）利用锐角三角形求出，根据正弦定理边化角，结合三角恒等变换公式可得，根据的范围可求得结果.

【详解】

（1）由正弦定理可得．

因为，故，又，则．

（2）因为为锐角三角形，

所以，所以，得，

因为，，所以由，

得 ，，

所以



因为，则．所以，

所以的取值范围为．

【点睛】

关键点点睛：熟练掌握正弦定理、三角恒等变换公式是解题关键.