**长郡中学2020—2021学年度高一第二学期期末考试**

**数 学**

时量：120分钟 满分：100分

**一、选择题：本题共12小题，每小题3分，共36分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求．**

1．复数（为虚数单位）在复平面上对应的点在（ ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限D．第四象限

2．为了解某地区的中小学生的视力情况，拟从该地区的中小学生中抽取部分学生进行调查，事先已了解到该地区小学、初中、高中三个学段学生的视力情况有较大差异，而男女生视力情况差异不大．在下面的抽样方法中，最合理的抽样方法是（ ）

A．简单随机抽样 B．按性别分层随机抽样

C．按学段分层随机抽样 D．其他抽样方法

3．已知直线，两个不同的平面，，下列命题正确的是（ ）

A．若，，则 B．若，，则

C．若，/，则 D．若，，则

4．下列说法正确的是（ ）

A．投掷一枚质地均匀的硬币1000次，一定有500次“正面朝上”

B．若甲组数据的方差是0.03，乙组数据的方差是0.1，则甲组数据比乙组数据稳定

C．为了解我国中学生的视力情况，应采取全面调查的方式

D．一组数据1、2、5、5、5、3、3的中位数和众数都是5

5．若在中，角，，的对边分别为，，，，，，则（ ）

A．45° B．135° C．45°或135° D．以上都不对

6．如图，若一个水平放置的图形用斜二测画法作出的直观图是一个底角为45°且腰和上底均为1的等腰梯形，则原平面图形的面积是（ ）



A． B． C． D．

7．已知圆锥的顶点为，底面圆心为，若过直线的平面截圆锥所得的截面是面积为8的等腰直角三角形，则该圆锥的侧面积为（ ）

A． B． C． D．

8．若数据，，…，的平均数为4，标准差为1，则，，…，的平均数和标准差分别为（ ）

A．4，1 B．17，8 C．17，9 D．17，3

9．从长度为3，5，7，9，11的5条线段中任取3条，这3条线段能构成钝角三角形的概率为（ ）

A． B． C． D．

10．已知正三角形的边长为3，，，，则（ ）

A． B． C． D．

11．已知三棱锥中，底面是边长为的正三角形，侧面底面，且，则该几何体的外接球的表面积为（ ）

A． B． C． D．

12．中，，，，点为的外心，若，则实数的值为（ ）

A．7 B． C． D．

**二、选择题：本题共3小题，每小题3分，共9分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得3分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

13．在一个口袋中装有5个白球和3个黑球．这些球除颜色外完全相同．从中摸出3个球，下列事件是互斥事件的是（ ）

A．“恰有2个白球”和“恰有2个黑球”

B．“恰有1个黑球”和“至少1个白球”

C．“至少1个黑球”和“至多1个白球”

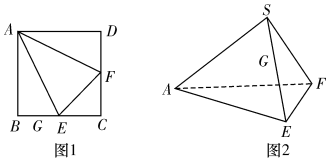
D．“至少1个黑球”和“全是白球”

14．设，是复数，则下列命题中的真命题是（ ）

A．若|，则 B．若，则

C．若，则 D．若，则

15．如图1，在边长为2的正方形中，，，分别为，，的中点，沿、及把这个正方形折成一个四面体，使得、、三点重合于，得到四面体（如图2）．下列结论正确的是（ ）



A．四面体的外接球体积为

B，顶点在面上的射影为的重心

C．与面所成角的正切值为

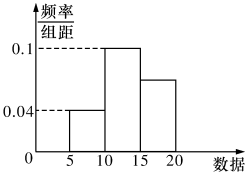
D．过点的平面截四面体的外接球所得截面圆的面积的取值范围是

**三、填空题：本题共5小题，每小题3分，共15分．**

16．已知复数，，（为虚数单位），且，则\_\_\_\_\_\_。

17．甲、乙两名同学进行篮球投篮练习，甲同学投篮一次命中的概率为，乙同学投篮一次命中的概率为，假设两人投篮命中与否互不影响，则甲、乙两人各投篮一次，至少有一人命中的概率是\_\_\_\_\_\_。

18．如图所示是-一个样本容量为100的频率分布直方图，则由图形中的数据，可知其25%分位数为\_\_\_\_\_\_。



19．若平面向量，，两两夹角相等，且，，，则\_\_\_\_\_\_．

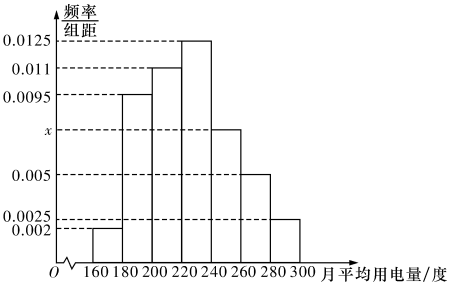
20．已知，，分别为的三个内角，，的对边，且，点在边上，且，，则的面积最大值为\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共40分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

21．

（本小题满分8分）

现有某城市100户居民的月平均用电量（单位：度）的数据，根据这些数据，以，，，，，，分组的频率分布直方图如图所示．



（1）确定直方图中的值，并求月平均用电量的众数和中位数；

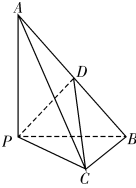
（2）在月平均用电量为，，，的四组用户中，用分层随机抽样的方法抽取11户居民，则月平均用电量在内的用户中应抽取多少户？

22．（本小题满分8分）

如图，已知三棱锥，，，，，为的中点，且为正三角形．

（1）求证：平面；

（2）求三棱锥的体积．



23．（本小题满分8分）

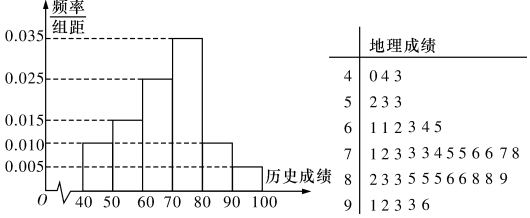
的内角，，的对边分别为，，，向量与垂直．

（1）求的值；

（2）若，求的面积的最大值．

24．（本小题满分8分）

近年来，在新高考改革中，打破文理分科的“”模式初露端倪，其中语、数、外三门课为必考科目，剩下三门为选考科目．选考科目成绩采用“赋分制”，即原始分数不直接用，而是按照学生分数在本科目考试的排名来划分等级，并以此打分得到最后得分．假定某省规定：选考科目按考生原始分数从高到低排列，按照占总体15%、35%、35%、13%和2%划定、、、、五个等级，并分别赋分为90分、80分、70分、60分和50分，为了让学生们体验“赋分制”计算成绩的方法，该省某高中高一（1）班（共40人）举行了一次摸底考试（选考科目全考，单科全班排名），已知这次摸底考试中的历史成绩（满分100分）频率分布直方图、地理成绩（满分100分）茎叶图如图所示，小明同学在这次考试中历史82分，地理70多分．



（1）采用赋分制后，求小明历史成绩的最后得分；

（2）若小明的地理成绩最后得分为80分，求小明的原始成绩的可能值；

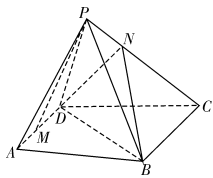
（3）若小张必选历史，其它两科从地理、政治、物理、化学、生物五科中任选，求小张考试选考科目包含地理的概率．

25．（本小题满分8分）

如图，在四棱锥中，为正三角形，底面为直角梯形，，，，，点，分别在线段和上，且．

（1）求证：平面；

（2）设二面角的大小为，若，求直线和平面所成角的正弦值．



**长郡中学2020—2021学年度高一第二学期期末考试**

**数学参考答案**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 答案 | B | C | A | B | C | C | D | D | C | A | B | A | AD | ABC | ACD |

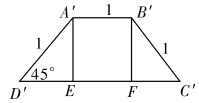
**一、二、选择题**

4．B 【解析】对于A，因为每次抛掷硬币都是随机事件，所以不一定有500次“正面朝上”，故A错误；对于B，因为方差越小越稳定，故B正确；对于C，为了解我国中学生的视力情况，应采取抽样调查的方式，故C错误；对于D，数据1、2、5、5、5、3、3按从小到大排列后为1、2、3、3、5、5、5，则其中位数为3，故D错误．故选B．

5．C 【解析】由正弦定理可得，∴．

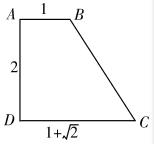
∵，∴．∵，∴或135°．故选C．

6．C 【解析】因为水平放置的图形的直观图是一个底角为45°且腰和上底均为1的等腰梯形，如图所示：



其中，，

由斜二测画法知，原平面图形是一个直角梯形，如图所示：



则，，，

所以原平面图形的面积是，故选C．

7．D 【解析】设圆锥的母线长为，则，得，即母线长为4，

设圆锥的底面半径为，，解得，即圆锥底面圆的半径为，

则圆锥的侧面积为．故选D．

8．D 【解析】∵，，…，的平均数为，方差为，标准差为，

∴，，…，的平均数为，即为17．

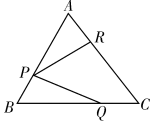
方差

，

∴标准差．故选D．

9．C 【解析】穷举法，取出3条线段的情况有，，，，，，，，，，共10种，可构成三角形的有，，，，，，，共7种，只有不构成钝角三角形，故概率．

10．A 【解析】：正三角形的边长为3，，，，



∴，，，，，，

∵，

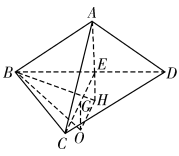
，

∴

．故选A．．

11．B 【解析】如图，设底面正三角形的外心为，侧面三角形的外心为，外接球的半径为，

过作底面垂线，过作侧面的垂线，相交于，



则为三棱锥的外接球的球心，

由已知可得，

，

设三角形的外接圆的半径为，则，即．

在中，可得，

∴该几何体的外接球的表面积为．故选B，

12．A 【解析】中，，，，

则，

∵，∴

又∵，

同理可得：，代入上式，

∴解得：

．故选A．

13．AD 【解析】从口袋中摸出3个球，

对于A项，“恰有2个白球”和“恰有2个黑球”，不可同时发生，是互斥事件．

对于B项，“恰有1个黑球”和“至少1个白球”，若恰好1个黑球和2个白球，

则两个事件同时发生，所以不是互斥事件．

对于C项，“至少1个黑球”和“至多1个白球”，若恰好2个黑球和1个白球，

则两个事件同时发生，所以不是互斥事件．

对于D项，“至少1个黑球”和“全是白球”，不可同时发生，是互斥事件．故选AD．．

14．ABC 【解析】对于A，若，则，，所以为真；

对于B，若，则和互为共轭复数，所以为真；

对于C，设，，，，，，

若，则，即，

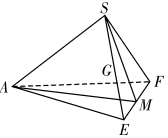
所以，所以为真；

对于D，若，，则，而，，所以为假．故选ABC．

15．ACD 【解析】对于A项，易知、、两两垂直，故可以补成长方体，其体对角线长，外接球半径，故外接球体积为，故A项正确；

对于B项，由于、、两两垂直，故在面上的射影为的垂心，故B项错误；

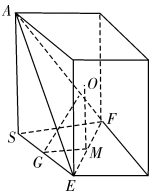
对于C项，设为中点，则，，，



故平面，故平面平面，所以在平面上的射影为，

与平面所成角为，，，，，故C项正确；

对于D项，设为四面体的外接球球心，平面，连接，，



当过点的截面经过球心时截面圆面积最大，面积为；

当垂直截面圆时，截面圆面积最小，

此时，，，

，截面圆面积为，

得截面圆面积取值范围是，D正确．故选ACD．

**三、填空题：本题共5小题，每小题3分，共15分．**

16． 【解析】，故．

17． 【解析】两个都不命中的概率为，故至少有一人命中的概率是．

18．10.5 【解析】由图可知第一组的频率为，

前两组的频率之和为，

则可知其25%分位数在内，设为，

则，解得．

19．2或5 【解析】当，，两两夹角为时，；

当，，两两夹角为0时，．

20． 【解析】因为，所以，

即，所以．

因为，解得．

因为，故，

所以

，

由基本不等式可得，，

当且仅当，时，等号成立，即的最大值为，

所以．

**四、解答题：本题共5小题，共40分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

21．【解析】（1）因为，所以；

由频率分布直方图可知：对应的频数最大，所以众数为230度；

因为前三组频率之和为，

第四组频率为，且，

所以中位数在第四组数据中，设中位数为度，

所以．

（2）因为，，，的频率之比为

，

所以月平均用电量在内的用户中应抽取：户，

答：月平均用电量在内的用户中应抽取5户．

22．【解析】（1）∵为的中点且为正三角形，

∴，又∵，，

∴平面，∴，

又，且，

∴平面．

（2）由（1）得，

，

平面，且，

,

由为的中点，所以．

23．【解析】（1）∵与垂直，

∴，

即，

根据正弦定理得，

由余弦定理得．

∵是的内角，∴．

（2）由（1）知，∴．

又∵，∴．

∵的面积，

∴的面积的最大值为4．

24．【解析】（1）∵此次考试历史成绩落在，内的频率依次为0.1，0.05，频率之和为0.15，且小明的历史成绩为82分，大于80分，处于前15%，

∴小明历史成绩的最后得分为90分，

（2）40名学生中，地理赋分为90分有人，这六人的原始成绩分别为96，93，93，92，91，89；赋分为80分有人，其中包含原始成绩为80多分的共10人，70多分的有4人，分别为76，76，77，78，

∵小明的地理成绩最后得分为80分，且原始成绩为70多分，

∴小明的原始成绩的可能值为76，77，78．

（3）记地理、政治、物理、化学、生物依次为、、、、，

∴小张从这五科中任选两科的所有可能选法有，，，，，，，，，共10种，

而其中包含地理的有，，，共4种，

∴小张选考科目包含地理的概率为：．

25．【解析】（1）证明：连接，交于点，连接，

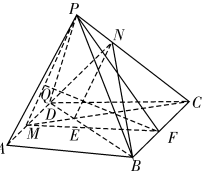
因为，，所以，，

因为，所以，

，所以，

因为平面，平面，所以平面．

（2）取中点，连接、，



因为为正三角形，所以，，

因为为直角梯形，，，，所以四边形为矩形，

所以，因为，所以平面，所以平面平面，

所以为二面角的平面角，

所以，设，由余弦定理得，

于是，整理得，解得或（舍去），

过点作交于点，

因为，平面，所以平面，又平面，所以平面平面，平面平面，平面，

所以平面，

所以为点到平面的距离，

因为，平面，平面，所以平面，

所以也为点到平面的距离，

因为，所以，

所以，

即，解得，由

所以直线与平面所成角的正弦值为．