**清华中学2020-2021学年高一下学期第一次月考**

**数学试题**

**一．选择题**

1. 若复数*z*满足$z=3-4i$，则*z*的虚部是( )

A.$4$ B. $4i$ C. $-4$ D. $-4i$

1. 化简$\vec{AB}+\vec{BC}-\vec{AD}$=( )

 A.$\vec{AC}$ B.$\vec{CA}$ C. $\vec{CD}$ D.$\vec{DC}$

1. $∆ABC$的三个内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c,*若$a^{2}+b^{2}-c^{2}=ab$,则∠C=（ ）
2. $30^{°}$ B.$60^{°}$ C. $45^{°}$ D.$120^{°}$

4．已知向量，满足，，，那么与的夹角为（ ）

A． B． C． D．

5．如图，已知，，，，则下列等式中成立的是（ ）



A． B． C． D．

6.$∆ABC$的三个内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且$a=1,B=45^{°},S\_{∆ABC}=2$，则$∆ABC$的外接圆的直径为( )

A. $4\sqrt{3}$ B. 5 C. $5\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

7.如图所示，位于*A*处的信息中心获悉：在其正东方向相距$40 n mile$的*B*处有一艘渔船遇险，在原地等待营救．信息中心立即把消息告知在其南偏西$30°$、相距$20 n mile$的*C*处的乙船，现乙船朝北偏东$θ$的方向沿直线*CB*前往*B*处救援，则$cosθ$等于$(    )$



A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{21 }}{14}$ C. $\frac{3\sqrt{21}}{14}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{28}$

8．著名数学家欧拉提出了如下定理：三角形的外心、重心、垂心依次位于同一直线上，且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半．此直线被称为三角形的欧拉线，该定理则被称为欧拉线定理．设点，分别是△的外心、垂心，且为中点，则 （ ）

A． B．

C． D．

**多选题**

9．已知向量$\vec{a}=(2,1)$，，$\vec{e}$是与$\vec{b}$同向的单位向量，则下列结论错误的是（ ）

A． B．向量在向量上的投影向量为$-\frac{1}{2}\vec{e}$

C．与的夹角余弦值为 D．若，则

10．在中，角，，所对的边分别为，，，则下列结论正确的是（ ）

A．若$a>b,则sinA>sinB$

B．若∠A=$30^{°},b=4,a=3$则有两解

C．若为钝角三角形，则$a^{2}+b^{2}>c^{2}$

D．若$A=60^{°},a=2$,则面积的最大值为$\sqrt{3}$

11．在△ABC中，角所对的边分别为，以下结论中正确的有（ ）

A．若 ，则；

B．若，则一定为等腰三角形；

C．若，则为直角三角形；

D．若△ABC为锐角三角形，则 *.*

12.设点是给定△ABC所在平面内一点，则下列说法正确的是（ ）

A．若，则点是边的中点

B．若，则点在边的延长线上

C.若$\vec{BM}∙\vec{AC}$=0,$\vec{BM}=\frac{1}{3}\vec{BA}+\frac{2}{3}\vec{BC}$,P为直线AC上的动点，则$\vec{BM}∙\vec{BP}$为定值

D．若，且，则的面积是的△ABC面积的

**二、填空题**

13．已知复数，则复数在复平面内对应的点位于第 象限.

14．在中，角，，所对的边分别为，，，已知，，，则BC边上的中线长AD=\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15.《数书九章》中对已知三角形三边长求三角形的面积的求法填补了我国传统数学的一个空白，与著名的海伦公式完全等价，由此看出我国古代已具有很高的数学水平，其求法是：“以小斜幂并大斜幂减中斜幂，余半之，自乘于上，以小斜幂乘大斜幂减上，余四约之，为

实，一为从隅，开平方得积。”若把以上这段文字写成公式，即S=$\sqrt{\frac{1}{4}[c^{2}a^{2}-(\frac{c^{2}+a^{2}-b^{2}}{2})^{2}]}$，已知△ABC满足$\left(\sin(A)-sinB\right)\left(sinA+sinB\right)=sinAsinC-sin^{2}C$，且AB=2BC=2$\sqrt{2}$，则用以上给出的公式可求得△ABC的面积为\_\_\_\_\_\_\_

16.如图，在半径为1的圆O中，点A、B为圆O上的定点，且∠AOB=60°，点C为圆上的一个动点，若$\vec{OC}=x\vec{OA}+y\vec{OB}$，则2x+($\sqrt{3}+1$)y的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_

**三、解答题**

17.(10分）已知平面向量$\vec{a}=(3,4)$，$\vec{b}=(9,x)$，$\vec{c}=(4,-3)$，且$\vec{a}//\vec{b}$

$(1)$求$\vec{b}$

$(2)$若$\vec{m}=2\vec{a}-\vec{b}$，$\vec{n}=\vec{a}+\vec{c}$，求向量$\vec{m}$与向量$\vec{n}$的夹角的大小．

18.（12分）已知，，与夹角是．

（1）求$\vec{a}∙\vec{b}$的值及的值；

（2）当为何值时，

19．（12分）如图，角为平面四边形的四个内角，.



（1）若，求；

(2) 若，求

20.（12分）已知在中，角*A*、*B*、*C*的对边分别是*a*、*b*、*c*，$\vec{m}=(2cosC,acosB+bcosA)$，$\vec{n}=(c,-1)$，且$\vec{m}⊥\vec{n}$．

(1)求角*C*；

(2)若边长$c=3$，求周长的取值范围．

21.（12分）如图所示，某区有一块空地$△OAB$，其中$OA=4km$，$OB=4\sqrt{3}km$，$∠AOB=90^{o}.$当地区政府规划将这块空地改造成一个旅游景点，拟在中间挖一个人工湖$△OMN$，其中*M*，*N*都在边*AB*上，且$∠MON=30°$，挖出的泥土堆放在$△OAM$地带上形成假山，剩下的$△OBN$地带开设儿童游乐场$.$为安全起见，需在$△OAN$的周围安装防护网．

(1)当$AM=2km$时，求防护网的总长度；

(2)若要求挖人工湖用地$△OMN$的面积是堆假山用地$△OAM$的面积的$\sqrt{3}$倍，试确定$∠AOM$的大小；

1. （12分）如图所示，在△ABC中，D、F分别为线段BC，AC上一点，且BD=2DC，CF=3FA，BF和AD相交于点E
2. 设$\vec{BE}$=$μ\vec{BF}$,求$μ$的值；
3. 设$BC=a，AB=c,AC=b$，若c+b=2，且$\left(c^{2}+b^{2}-a^{2}\right)\left(c cosB+bcosC\right)=abc$，当$\vec{|BD|}$最小时，求$\vec{|BE|}$的值；



月考答案

1. 单选：CDBBACBD
2. 多选：AB ABD AC ACD

三．填空：13.一 14 .$\frac{\sqrt{106}}{2}$ 15.$\sqrt{3}$ 16.$\left[-2\sqrt{2}，2\sqrt{2}\right]$

17

18（1）；（2）

【分析】

（1）利用数量积定义及其向量的运算性质，即可求解；

（2）由于，可得，利用向量的数量积的运算公式，即可求解．

【详解】

（1）由向量的数量积的运算公式，可得，

.

（2）因为，所以，

整理得，解得．

即当值时，．

19.（1） ；（2）.

【分析】

（1）在中，利用余弦定理求出，在中，再利用正弦定理即可求解.

（2）在中，利用余弦定理可得，在中，利用余弦定理，由求出，再利用余弦定理即可求解.

【详解】

(1) 在中，

在中，由正弦定理



(2) 在中，.

在中，





，

则

.

1. 方法一、【答案】解：$($Ⅰ
，
由正弦定理得，
即$2sinCcosC-sin\left(A+B\right)=0$，
，
在$ΔABC$中，$0<C<π$ ，
，
，
$∵C\in (0,π)$，
$∴C=\frac{π}{3}$；
$($Ⅱ$)$由余弦定理可得：，
即$\left(a+b\right)^{2}-3ab=9$，
$∴ab=\frac{1}{3}[(a+b)^{2}-9]⩽(\frac{a+b}{2})^{2}$，
$∴(a+b)^{2}⩽36$，
$∴a+b\leq 6$，当且仅当$a=b=3$时取等号，

又$a+b>3$ 得 $3<a+b\leq 6$

周长范围$\left(6，\left.9\right]\right.$

方法二、三角函数$a+b=2R(sinA+sinB)$

21.

22.

