**明光市2020-2021学年高二下学期期末评价性考试**

**数学（理科）**

考生注意∶

1.本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。

2.答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。

3.考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。

4.本卷命题范围∶人教版必修2，选修2-1，选修2-2，选修2-3。

一、选择题∶本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若复数，则在复平面内所对应的点位于

A.第一象限 B.第二象限 C.第三象限 D.第四象限

2.“a>2”是“方程表示焦点在×轴上的椭圆”的

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

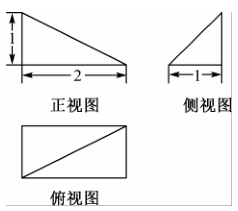
C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

3.曲线y=e×+2×+1在×=0处的切线方程为（　　）

A.3×+y-2=0 B.3×+y+2=0

C.3×-y-2=0 D.3×-y+2=0.

4.刘徽《九章算术·商功》中将底面为长方形，两个三角面与底面垂直的四棱锥叫“阳马”，如图是一个阳马的三视图，则此阳马的体积为（　　）



A.  B.  C.1 D.2

5.将两颗骰子各掷一次，设事件A为“两个点数之和大于8”，B为“至少出现一个5点”，则概率P（A|B）等于

A.  B.  C.  D. 

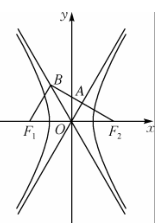
6.设随机变量λ~N（μ，4），方程x2-6x+x=0没有实数根的概率是，则（附∶若随机变量λ~N（μ，σ2），则P（μ- σ<λ≤μ+σ）=0. 6826，P（μ- -2σ<×≤μ+2σ）=0. 954 4. ）

A.0.135 9 B.0.158 7 C.0.181 5 D.0.8185

7.若函数在[4，8]上单调递增，则实数t的取值范围是（　　）

A. （-∞，4] B. [4，+∞） C.[0，+∞） D.[- 32，+∞）

8.如图，F1，F2是双曲线C∶的左、右焦点，过F2的直线与双曲线C的两条渐近线分别交于A，B两点，若点A为F2B的中点，且F1B⊥F2B，则|F1F2|=



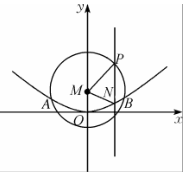
A.4 B.  C.6 D.9

9.直线l∶将圆O∶分成的两部分的面积之比为（　　）

A.  B. 

C.  D. 

10.以M（0，2）为圆心，4为半径的圆与抛物线C∶×2=8y相交于A，B两点，如图，点P是优弧AB上不同于A，B的一个动点，过P作平行于y轴的直线交抛物线于点N，则△PMN的周长的取值范围是（　　）



A. [8，12） B. （8，12] C. （8，12） D. [8，12]

11. 2021年初，新冠肺炎疫情在河北石家庄藁城区局部爆发.防疫部门人户排查时重点排查5类人员∶新冠患者、疑似患者、人境人员、冷链食品工作者和新冠密切接触者.排查中一户6口之家被确认为新冠肺炎密切接触者，按要求进一步对这6名成员进行核酸检测，若出现阳性，则该家庭定义为“感染高危户”，设该家庭每个成员检测呈阳性的概率相同均为p（0<p<l），且相互独立，该家庭至少检测了5人才能确定为“感染高危户”的概率为f（p），当f（p）取得最大值时.p的值为（　　）

A.  B.  C.  D. 

12.若实数a，b，c，d满足，则的最小值为（　　）

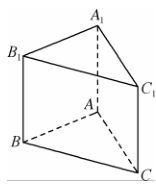
A.2. B.  C.4 D.8

二、填空题∶本题共4小题，每小题5分，共20分。

13.已知圆C∶x2+y2=4与圆C（x-1）2+（y-1）2=4相交，它们公共弦所在直线的方程是 .。

14. （x- 3）（1+x）7展开式中，×3的系数为 。

15.在直三棱柱ABC-A1B1C1中，∠BAC=120°且AB=AC=3，BB1=4，则此三棱柱外接球的表面积为 。



16.已知椭圆C∶（a>b>0）的左、右焦点分别为F1，F2.且椭圆C与双曲线C∶共焦点，若椭圆C与双曲线的一个交点M满足，则△MF1F2的面积是\_ 。

三、解答题∶共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. （本小题满分10 分）

某养殖场通过某装置对养殖车间进行恒温控制，为了解用电量y（kW·h）与气温x（°C）之间的关系，随机统计了某5天的用电量与当天气温，并制作了对照表∶

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 气温（°C） | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 用电量（kW·h） | 2.5 | 3 | 4 | 4.5 | 6 |

（1）请利用所给数据求用电量y与气温x的线性回归方程；

（2）利用线性回归方程预测气温10 °C时的用电量.

参考公式∶

18. （本小题满分12分）

已知圆C∶（x-1）2+y2=1与圆C∶∶x2+y2- 8x+m=0.

（1）若圆C与圆C2恰有3条公切线，求实数m的值；

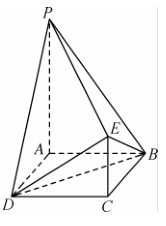
（2）在（1）的条件下，若直线被圆C2所截得的弦长为2，求实数n的值.

19. （本小题满分12分）

如图，四边形ABCD为正方形，PA//CE，，PA⊥平面ABCD.

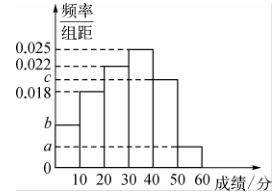
（1）证明∶PE⊥平面DBE；

（2）求二面角B-PD- E的正弦值的大小.



20. （本小题满分12分）

为调研高中生的作文水平，在某市普通高中的某次联考中，参考的文科生与理科生人数之比为1∶4，且成绩分布在[0，60]的范围内，规定分数在50以上（含50）的作文被评为“优秀作文”，按文理科用分层抽样的方法抽取400人的成绩作为样本，得到成绩的频率分布直方图，如图所示.其中，a，b，c构成以2为公比的等比数列.



（1）求a，b，c的值；

（2）填写下面列联表，能否在犯错误的概率不超过0.01的情况下认为“获得优秀作文”与“学生的文理科”有关”？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 文科生 | 理科生 | 合计 |
| 获奖 | 6 |  |  |
| 不获奖 |  |  |  |
| 合计 |  |  | 400 |

（3）将上述调查所得的频率视为概率，现从全市参考学生中，任意抽取2名学生，记“获得优秀作文”的学生人数为×，求×的分布列及数学期望.

附∶，其中n=a+b+c+d.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2≥k） | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| k | 2. 072 | 2.706 | 3. 841 | 5. 024 | 6. 635 | 7.879 | 10.828 |

21. （本小题满分12分）

在直角坐标系×Oy中，已知一动圆经过点（3，0），且在y轴上截得的弦长为6，设动圆圆心的轨迹为曲线C.

（1）求曲线C的方程；

（2）过点作相互垂直的两条直线l1、l2.直线ll与曲线C相交于A、B两点，直线l2与曲线C相交于E，F两点，线段AB，EF的中点分别为M，N，求证∶直线MN恒过定点，并求出该定点的坐标.

22. （本小题满分12分）

已知函数，.

（1）若f（×）=h（×）- g（×）.

①讨论函数f（×）的单调性；

②若函数f（×）有两个不同的零点，求实数a的取值范围.

（2）已知a>0，函数g（×）恰有两个不同的极值点×1，×2，证明∶.

**明光市2020-2021学年高二下学期期末评价性考试**

**数学（理科）**

**参考答案、提示及评分细则**

1.A 因为，所以，所以，则，所以复数在复平面内所对应的点为，位于第一象限.故选A.

2.A若方程表示焦点在×轴上的椭圆.则a2>4，所以a>2或a<- 2.所以“a>2"是“ 方程表示焦点在×轴上的椭圆”的充分不必要条件.故选A.

3.D当×=0时，y=2，所以切点坐标为（0，2）.因为，所以切线的斜率，所以切线方程为y-2=3（×-0），即3×- y+2=0.故选D.

4.B由三视图可知，此“阳马”底面长方形的面积，高h=1，所以故选B.

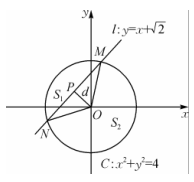
5.B根据条件概率的含义，P（A|B）表示在B发生的情况下，A发生的概率，即在“至少出现一个5点”的情况下，“两个点数之和大于8”的概率，至少出现一个5点”的情况数目为6×6-5×5=11种，分别为（1，5），（2，5），（3，5），（4.5），（5，5），（6，5），（5，1），（5，2），（5，3），（5，4），（5，6），其中“两个点数之和大于8”的情况数目有5种，分别是（4，5），（5，5），（6，5），（5，4）.（5，6）.故.故选B.

6.D因为方程没有实数根的概率是，所以，所以.即，所以μ=9，又σ2=4，所以o=2，所以 ，故选D..

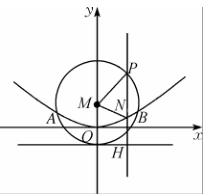
7.C由题意可得在x∈[4，8]上恒成立，整理可得，令，当x∈[4，8]时，恒成立，所以g（x）在[4，8]上单调递减，所以，所以t≥0，故选C.

8.A因为点A 为F2B的中点，所以，又，所以，所以，所以 ，所以a=1，所以.故选A.

9.B 设直线l与圆O∶交于M，N，过O作OP⊥MN，垂足为点P（如图）.圆心O到直线l的距离为，所以cos∠MOP= ，又∠MOP= ，.则，所以.劣弧对应的弓形面积为，另一部分的面积为，所以两部分的面积之比为，故选B，



10.C易 知圆心M（0，2）也是抛物线C的焦点，设PN与抛物线的准线y=-2交于点H，根据抛物线的定义，可得|MN|= |NH|，故△PMN的周长1= |NH|+| NP|十| MP | = |PH|十4.设点B的坐标为，由，解得即B（4，2）.由于点P不与A、B两点重合，也不在y轴上.所以|PH|的取值范围为（4，8）.所以△PMN的周长的取值范围为（8，12）.故选C.



11.A 由题意可得， ，令得舍去），当p∈时，，.f（p）单调递增；当p∈时，，f（p）单调递减，所以当p= 时，f（p）取得最大值.故选A.

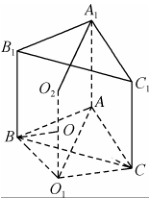
12.D 由，可得 ，d=c-2.故可理解为曲线上一点（a，b）与直线上一点（c，d）间的距离的平方.对于函数，令，故可得，即函数y= 在（-1，1）处的切线方程为，切线方程与直线y=x-2平行，则函数在（-1，1）处的切线方程与直线y=x-2之间的距离故的最小值为d2=8。故选D.

13. 用圆 C1的方程减去圆C2的方程得两圆公共弦所在直线的方程是，即 =0.

14.-84 的展开式的通项公式为，令r=3得， ；令r=2得， ，所以的系数为35×（-3）+21=- 84.

15. 52π 如图， 作出△ABC，的外心O1 ，O2，易证⊥平面ABC，又为截面圆的圆心，所以直三棱柱外接球的球心在上。由球的对称性可得O为O1O2的中点.连接.

在△ABC中.因为AB=AC= 3，所以∠ABC=∠ACB= 30°，所以由正弦定理得，解得.易证，所以，所以由勾股定理得，即外接球的半径，所以此三棱柱外接球的表面积为.



16.1双曲线C∶化为标准方程是.因为椭圆C与双曲线C'∶共焦点，所以可设椭圆C与双曲线的半焦距都为c.设双曲线C'∶的实半轴为a' ，则不妨设交点M在双曲线C'的右支上，根据双曲线的定义，得，根据椭圆的定义，得.联 立解得所以由|MF1|●|MF2 | =2a，得，化简得.解得a=2.所以双曲线∶的半焦距为c .则， 。在△MF1F2中，因为，，所以，由勾股定理得是直角三角形，且是直角，所以的面积是|MF2|=1.

17.解∶（1）由表中数据得，，............ 2分

， ..........4分

所以， ................................. 5分

 . 6分

所以. ...........................................7分

（2）当时. . ................................. 9分

当气温为10 °C时，用电量为 ......

18.解∶（1）圆C1∶，圆心C1（1，0），半径r1=1；

圆C2∶，圆心C2（4，0），半径. .....

因为圆C1与圆C2有3条公切线，所以圆C1与圆C2相外切，所以， ............ 4分

即 ，解得m=12. ....................................... 6分

（2）由（1）可知.圆C2∶.圆心C2（4，0）.半径r2=2.

因为直线与圆C2相交.弦长是2.

所以圆心C2到直线的距离 ................10分

即，解得n=-1或n=-7。12分

19. （1）证明∶连接AC，因为四边形ABCD为正方形，

所以BD⊥\_AC. ....

因为PA⊥平面ABCD，AD，平面ABCD，

所以PA⊥，BD，PA⊥AD. ............................................. 2分

又PA∩AC=A，PA， 平面APEC，所以BD⊥平面APEC， .

又平面APEC，所以BD⊥PE.... 3分

设AB=1，则AD=1，PA=2，所以，

同理可求，在梯形PACE中，易求，

所以，所以PE⊥DE.

又BD∩DE= D， BD，平面DBE，

所以PE⊥平面DBE. ................................................... 5分

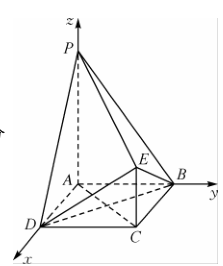
（2）解∶以A为坐标原点，AD，AB，AP所在的直线分别为x，y，z轴建立如图所示的空间直角坐标系A-xyz.

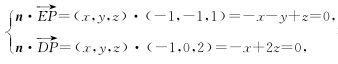
令AB=1，则CE=1，AP=2，

所以点P（0，0，2），E（1，1，1），D（1，0，0），B（0，1，0），

则

6分



设平面DPE的法向量为n= （x，y，z），则得

令z=1，得平面DPE的一个法向量为n=（2，-1，1）； ............................ 8分

设平面BPD的法向量为m=（x' ，y ，z' ），则得

令z=1，得平面BPD的一个法向量为m= （2，2，1）. ...........................10分

设n与m夹角的大小为θ.则



所以二面角B - PD -E的正弦值为

20.解∶（1）由题意，得（a+b+c+0.018+ 0.022+ 0.025）×10=1，......................... 1分

而a，b，c构成以2为公比的等比数列，.

所以（a+2a+ 4a+0.018+0. 022 +0. 025）× 10=1.解得a=0.005. .................... 3分

则b=0.010，c=0.020....4分

（2）获得“优秀作文”的人数为400×0.005×10= 20，

因为文科生与理科生人数之比为1∶4.所以文科生与理科生人数分别为80，320.

故完成2×2列联表如下∶

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 文科生 | 理科生 | 合计 |
| 获奖 | 6 | 14 | 20 |
| 不获奖 | 74 | 306 | 380 |
| 合计 | 80 | 320 | 400 |

由表中数据可得∶， ....................... 6分

所以不能在犯错误的概率不超过0. 01的情况下认为“获得优秀作文”与学生的文理科有关. ........ 7分

（3）由表中数据可知，抽到获得“优秀作文”学生的概率为0. 005×10=0.05， ................... 8分

将频率视为概率，所以X可取0，1，2，且X~ B<2，0.05），........................... 9分

则（k=0，1，2）. ............................... 10 分

故X的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 |
| P |  |  |  |

故X的期望为（或E（X）=2×0.05=0. 1） ......... 12分

21.解∶（1）设圆心C（x，y），由题意，得，即，

所以曲线C的方程为. ............

（2）由题意可知，直线的斜率均存在，设直线的方程为，联立方程组得， ........................5分

所以，

因为点M是线段AB的中点所以.

同理，将k换成，得，.............................. 8分

当，即k≠土1时，....... 9分

所以直线MN的方程为.即，

所以直线MN恒过定点. 10分

当时，直线MN的方程为，也过点. 11分

所以直线MN恒过定点

22. （1）解∶

① 

（i ）当a≤0时，，函数f（x）在（0， +∞）上单调递减； ....................... 2分

（ii）当a>0时，令.解得；令.解得

所以函数f（×）在上单调递减，在上单调递增. ................... 3分

②由①知，若a≤0，丽数f（×）在（0，+∞）上单调递减，不可能有两个不同的零点，故a>0. ......... 4分

因为当×→0时，f（×）→+∞；当时，f（×）→+∞，

故要使函数f（×）有两个不同的零点，只需，即 <0.

又函数在（0， +∞）上为增函数.且所以 解集为（0，1）..........................................................6分

故实数a的取值范围为（0，1）

（2）证明∶，因为g（x）的两个不同极值点，不妨设，所以.两式相减得， .

因为a>0，要证，即证，即证，............ 7分

两边同除以，即证

令，即证，

令 .则

令，则，

当t<0时，p'（t）<0，所以p（t）在（一∞，0）上递减，10分

所以p（t）> p（0）=0，

所以u'（t）<0，

所以u（t）在（-∞，0）上递减，

所以u（t）>u（0）=0，即...... 12分

故