**河池市2021年春季学期高二年级期末教学质量检测**

**数学（理科）**

考生注意：

1．本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。

2．考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。

3．本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合，B=，则（ ）

A． B．

C． D．

2．已知复数，则复数在复平面内对应的点所在的象限为（ ）

A．第一象限 B．第二象限

C．第三象限 D．第四象限

3．（ ）

A． B． C． D．

4．已知命题：是直线的倾斜角，命题：，则命题是命题的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D，既不充分也不必要条件

5．已知函数在上是增函数，则实数的取值范围为（ ）

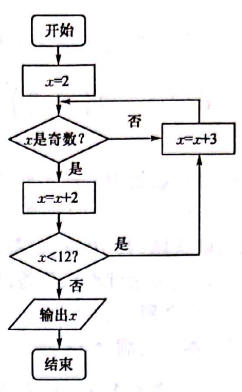
A． B．

C． D．

6．已知平面向量与之间的夹角为，，，则与之间夹角的大小为（ ）

A． B． C． D．

7．执行如图所示的程序框图，输出的的值为（ ）



A．13 B．14 C．15 D．16

8．已知数列，，则数列的前8项的和为（ ）

A．490 B．500 C．510 D．520

9．设，，，则，，的大小关系为（ ）

A． B．

C． D．

10．已知，则（ ）

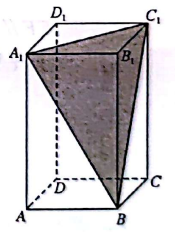
A．的最小正周期为

B．的对称轴方程为

C．的单调递增区间为

D．当时，的值域为

11．如图正四棱柱中，底面面积为36，的面积为，则三棱锥的外接球的表面积为（ ）



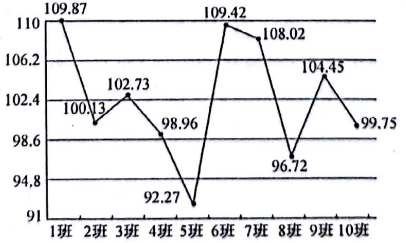
A． B． C． D．

12．已知，分别为双曲线的两个焦点，双曲线上的点到原点的距离为，且，则该双曲线的离心率为（ ）

A． B． C．2 D．3

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，

13．下图是某校10个班的一次统考数学成绩平均分，则其平均分的中位数是\_\_\_\_\_\_．



14．已知等差数列和的前项和分别为和，若，则\_\_\_\_\_\_．

15．若的展开式的所有项的系数和为，则展开式中的常数项为\_\_\_\_\_\_．

16．过抛物线：的焦点作直线与抛物线交于，两点，则当点，到直线的距离之和最小时，线段的长度为\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17．（本小题满分12分）

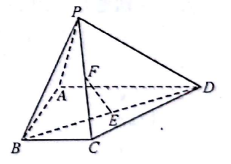
在锐角中，角，，的对边分别为，，，，三角形外接圆的面积为．

（1）求；

（2）求面积的最大值．

18．（本小题满分12分）

在四棱锥中，四边形是直角梯形，，，，，分别是，的中点．



（1）求证：平面；

（2）若平面，求与平面所成角的正弦值．

19．（本小题满分12分）

新高考，取消文理科，实行“3+3”，成绩由语文、数学、外语统一高考成绩和自主选考的3门普通高中学业水平考试等级性考试科目成绩构成．为了解各年龄层对新高考的了解情况，随机调查50人（把年龄在称为中青年，年龄在称为中老年），并把调查结果制成下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年龄（岁） |  |  |  |  |  |  |
| 频数 | 5 | 15 | 10 | 10 | 5 | 5 |
| 了解 | 4 | 12 | 6 | 5 | 2 | l |

（1）把年龄在称为中青年，年龄在称为中老年，请根据上表完成列联表，是否有95%的把握判断对新高考的了解与年龄(中青年、中老年)有关？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 了解新高考 | 不了解新高考 | 总计 |
| 中青年 |  |  |  |
| 中老年 |  |  |  |
| 总计 |  |  |  |

附：．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
|  | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

（2）若从年龄在的被调查者中随机选取3人进行调查，记选中的3人中了解新高考的人数为，求的分布列以及．

20．（本小题满分12分）

已知椭圆的左、右焦点分别为，，过点的直线在轴上的截距为1，且与椭圆交于，两点，到直线的距离为，椭圆的离心率为．

（1）求椭圆的方程；

（2）若点的坐标为，，求面积的最大值．

21．（本小题满分12分）

已知函数，．

（1）讨论的单调性；

（2）若，证明对任意，恒成立．

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22．（本小题满分10分）选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系中，以坐标原点为极点，以轴正半轴为极轴建立极坐标系，圆的极坐标方程为．

（1）求圆的直角坐标方程；

（2）若直线的参数方程是（为参数），直线与圆相切，求的值．

23．（本小题满分10分）选修4-5；不等式选讲

已知函数，函数．

（1）当时，求不等式的解集；

（2）若函数的图象恒在函数图象的上方，求实数的取值范围．

**河池市2021年春季学期高二年级期末教学质量检测·数学（理科）**

**参考答案、提示及评分细则**

1．B 由得，所以，

所以．

2．A ．

3．B 

4．D 对命题：因为是直线的倾斜角，

所以，因为，所以，

对命题：因为，

所以，解得，

因此命题是的既不充分也不必要条件．

5．B ，若是增函数，则在上恒成立，所以．

6．B 由，有，

又由，有向量与之间夹角的余弦值为，夹角为．

7．C 第一次运行，是偶数，，

第二次运行，是奇数，，，

第三次运行，是偶数，，

第四次运行，是奇数，，终止运行，输出．

8．C 由，有，数列的前8项和为．

9．D 因为；；

因为，则，故，即，则（另一种判断的方法：假设，则，，，所以时，函数单调递增；时，，所以时，函数单调递减．，即）．所以，因为函数是上的单调递．增函数，所以．

10．C 因为

，

所以的最小正周期为，所以A错误；

由，得，

即的图象的对称轴方程为，所以B错误；

由，得

所以的单调递增区间为（，所以C正确；

因为，所以，所以，

所以，所以D错误．

11．C 设正四棱柱的高为，

因为正方形的面积为36，所以，

在中，由勾股定理得，

在中，由勾股定理得，

因为的面积为，

所以，解得，

依题意，三棱锥的外接球即为正四棱柱的外接球，

其半径为，

所以三棱锥的外接球的表面积为．

12．设为双曲线的下焦点，为双曲线的上焦点，如图，

因为

所以，

因为，所以，

，

由题易知|，

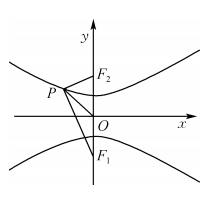
因为，

所以

则

化简整理得

又，，即．



13．101.43 由图知，10个班的数学成绩从小到大排列为92.97，96.72，98.96，99.75，100.13，102.73，104.45，108.02，109.42，109.87，

所以其平均分的中位数是．

14． 

15．896 因为的展开式的所有项的系数和为，所以，所以，

对，，

所以的展开式中的常数项为．

16． 依题意，抛物线的焦点，设直线的方程为，

由可得，设，，则，

所以，则线段的中点坐标，

到直线的距离为，

则点，到直线的距离之和，

当时，取最小值，此时．

17．解：（1）因为在中，，所以，

因为外接圆面积为，所以其外接圆的半径为．

由正弦定理知，

所以．

（2）因为，

由余弦定理可得，

因为，

所以，即（当且仅当时取等号）．

所以，面积的最大值为．

18．（1）证明：取的中点，连接，，

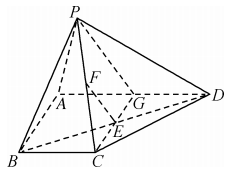
因为四边形是直角梯形，，，所以，，三点共线，

因为，分别是，的中点．

所以，

因为平面，平面，

所以平面．



（2）解：解法一：由（1）得，

与平面所成的角与与平面所成的角相等，

 平面，

是与平面所成的角．

在中，，

．

与平面所成的角的正弦值为

解法二：因为平面，是的中点，是的中点，

取的中点，连接，过作平面，易得垂足在上，

所以为与平面所成的角，

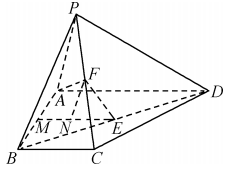
因为，

所以，

在中，，

因为，所以，所以sin，

所以与平面所成角的正弦值为．



19．解：本题考查独立性检验和分布列．

（1）列联表如图所示

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 了解新高考 | 不了解新高考 | 总计 |
| 中青年 | 22 | 8 | 30 |
| 中老年 | 8 | 12 | 20 |
| 总计 | 30 | 20 | 50 |

，

所以有95%的把握判断了解新高考与年龄（中青年、中老年）有关联。

（2）年龄在的被调查者共5人，其中了解新高考的有2人，则抽取的3人中了解新高考的人数可能取值为0，1，2，

则；

；

．

所以的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  |  |  |  |

．

20．解：（1）设，因为过点的直线在轴上的截距为1，

所以直线的方程为，即，

因为到直线的距离为，所以，解得，

因为，所以，所以，因为，

所以椭圆的方程为．

（2）设，，

由（1）知直线的方程为，

由，消去得，

由韦达定理得，，

由，，

因为，

所以



所以，解得．

由弦长公式得．

由两点间的距离公式得到直线的距离，

所以，

所以的最大值是．

21．解：（1）由题意，函数的定义域为，且，

当时，恒成立，的单调增区间为；

当时，令，解得，令，解得，

所以的单调增区间为，单调减区间为．

（2）由，令，则，

当时，，在上是减函数，

所以当时，，即，即，

即时，令，

则，

所以在上是减函数，所以时，恒成立，

即在上恒成立．

22．解：（1）圆的极坐标方程为，

所以，因为，

所以，故圆的直角坐标方程为．

（2）因为直线的参数方程是（为参数），所以直线的普通方程为．

因为直线与圆相切，所以，

解得或．

23．解：（1）当时，不等式可化为（\*）

①当时，不等式（\*）可化为，得，有．

②当时，不等式（\*）可化为，得，有

③当时，不等式（\*）可化为，得，有．

由①②③知不等式的解集为．

（2）函数的图象恒在函数图象的上方，恒成立，

则恒成立，

，

的取值范围为．