**山东省潍坊市2020-2021学年高一下学期数学期末考试试卷**

**一、单选题(本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的.)**

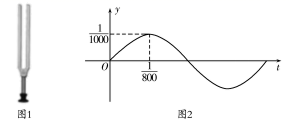
1.已知角 的终边经过点 ，则 （    ）

A.                                     B.                                     C.                                     D.

2.在复平面内，若复数 （其中 是虚数单位），则复数 对应的点位于（    ）

A. 第一象限                           B. 第二象限                           C. 第三象限                           D. 第四象限

3.敲击如图1所示的音叉时，在一定时间内，音叉发出的纯音振动可以用三角函数表达为 （其中 ， 表示时间， 表示纯音振动时音叉的位移）．图2是该函数在一个周期内的图像，根据图中数据可确定 和 的值分别为（    ）

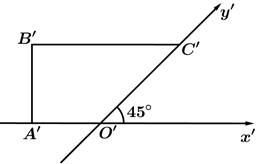


A.  和                 B.  和                 C.  和                 D.  和

4.若 ， ， ，则 、 、 的大小关系为（    ）

A.                            B.                            C.                            D.

5.已知水平放置的四边形 按斜二测画法得到如图所示的直观图，其中 ， ， ， ，则原四边形 的面积为（    ）



A.                                      B.                                      C.                                      D.

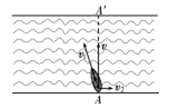
6.设 为锐角，若 ，则 （    ）

A.                               B.                               C.                               D.

7.南宋时期的数学家秦九韶独立发现的计算三角形面积的“三斜求积术”，其求法是：“以少广求之，以小斜幂并大斜幂减中斜幂，余半之，自乘于上；以小斜幂乘大斜幂减上，为实；一为从隅，开平方得积．”若把以上这段文字写成公式，即 ，其中 、 、 是 内角 、 、 的对边．若 ， ，则 的面积为（    ）

A.                                        B.                                        C. 4                                       D.

8.如图所示，一条河两岸平行，河的宽度为 米，一艘船从河岸的 地出发，向河对岸航行．已知船的速度 的大小为 ，水流速度 的大小为 ，船的速度与水流速度的合速度为 ，那么当航程最短时，下列说法正确的是（    ）



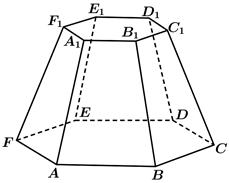
A. 船头方向与水流方向垂直                                    B.   
C.                                                  D. 该船到达对岸所需时间为 分钟

**二、多选题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)**

9.如果一个复数的实部和虚部相等，则称这个复数为“等部复数”．若复数 （ ， 为虚数单位）为“等部复数”，则下列说法正确的是（    ）

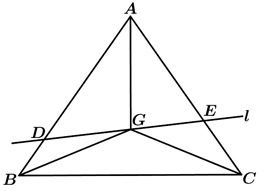
A.                     B.                     C.                     D. 复数 是纯虚数

10.如图，若 为正六棱台，则下列说法正确的是（    ）



A. 直线 与 是异面直线  
B. 直线 与 平行  
C. 线段 与 的延长线相交于一点  
D. 点 到底面 的距离大于点 到底面 的距离

11.如图，已知点 是边长为1的等边 内一点，满足 ，过点 的直线 分别交 ， 于点 ， ．设 ， ，则下列说法正确的是（    ）



A.             B. 点 为 的重心            C.             D.

12.已知函数 满足 ，则下列说法正确的是（    ）

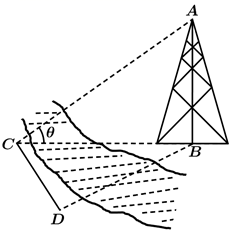
A. 函数 的最小正周期为   
B. 函数 的图像向右平移 个单位得到函数 的图像  
C. 若 时，函数 在区间 上单调递减，则实数 的取值范围是   
D. 函数 的值域为

**三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)**

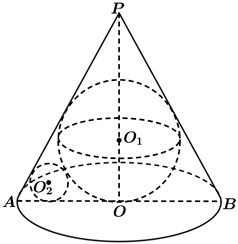
13.已知 ， ， ，则 \_\_\_\_\_\_\_\_.

14.能够说明“设 ， ，若 ，则 ”是假命题的一组角 ， 的值依次为\_\_\_\_\_\_\_\_．

15.如图，测量河对岸的塔高 时，可以选与塔底 在同一水平面内的两个观测点 与 ．现测得 ， ， ，并在点 测得塔顶 的仰角 为 ，则塔高 为\_\_\_\_\_\_\_\_m．



16.如图，已知圆锥 的底面半径 的长度为1，母线 的长度为2，半径为 的球 与圆锥的侧面相切，并与底面相切于点 ，则 \_\_\_\_\_\_\_\_；若球 与球 、圆锥的底面和侧面均相切，则球 的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．



**四、解答题(本大题共6小题,共70分)**

17.已知复数 ， ．

（1）求 和 的值；

（2）若 是关于 的实系数方程 的一个根，求实数 ， 的值．

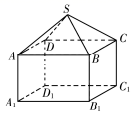
18.在 中， 、 、 分别是角 、 、 的对边，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，

从① ，② 这两个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答．

（1）求角 的大小；

（2）若 ， 的面积 ，求 的周长．

19.某同学在劳动实践课上制作了一个如图所示的容器，其上半部分是一个正四棱锥，下半部分是一个长方体，已知正四棱锥 的高是长方体 高的 ，且底面正方形 的边长为4， ．



（1）求 的长及该长方体的外接球的体积；

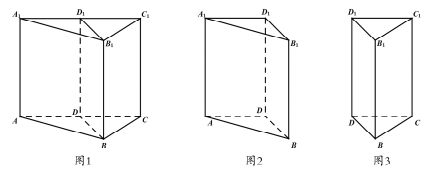
（2）求正四棱锥的斜高和体积．

20.在 中， ， ， 分别是角 ， ， 的对边， ， ．

（1）求角 的大小及 外接圆的半径 的值；

（2）若 是 的内角平分线，当 面积最大时，求 的长．

21.如图1，在直三棱柱 中， ， ， ， ， 分别为 ， 的中点，平面 将三棱柱分成两个新的直三棱柱（如图2，3所示）．



（1）若两个新直三棱柱的表面积之和为72，求实数 的值；

（2）将图2和图3两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱，若组成的所有直四棱柱的表面积都小于132，求实数 的取值范围．

22.已知向量 ， ，函数 ．

（1）求函数 的解析式和单调递增区间；

（2）若 ， ， 分别为 三个内角 ， ， 的对边， ， ， ，试判断这个三角形解的个数，并说明理由；

（3）若 时，关于 的方程 恰有三个不同的实根 ， ， ，求实数 的取值范围及 的值．

**答案解析部分**

**一、单选题**

1.已知角 的终边经过点 ，则 （    ）

A.                                     B.                                     C.                                     D.

【答案】 B

【考点】任意角三角函数的定义

【解析】【解答】因为角 的终边经过点 ，

所以 。

故答案为：B.

【分析】利用已知条件结合正切函数的定义，从而求出角 的正切值。

2.在复平面内，若复数 （其中 是虚数单位），则复数 对应的点位于（    ）

A. 第一象限                           B. 第二象限                           C. 第三象限                           D. 第四象限

【答案】 D

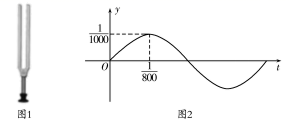
【考点】复数的代数表示法及其几何意义

【解析】【解答】根据复数的几何意义，可得复数 在复平面内对应的点为 ，位于第四象限。

故答案为：D.

【分析】利用已知条件结合复数z的几何意义，从而求出复数z对应的点的坐标，再利用点的坐标确定点所在的象限。

3.敲击如图1所示的音叉时，在一定时间内，音叉发出的纯音振动可以用三角函数表达为 （其中 ， 表示时间， 表示纯音振动时音叉的位移）．图2是该函数在一个周期内的图像，根据图中数据可确定 和 的值分别为（    ）



A.  和                 B.  和                 C.  和                 D.  和

【答案】 D

【考点】由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式，y=Asin（ωx+φ）中参数的物理意义

【解析】【解答】解：由题意得 ，   
 则  
 则.  
 故答案为：D  
 【分析】根据函数的图象与性质求解即可.

4.若 ， ， ，则 、 、 的大小关系为（    ）

A.                            B.                            C.                            D.

【答案】 C

【考点】同角三角函数间的基本关系

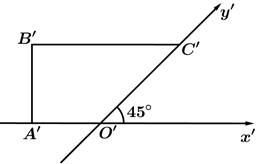
【解析】【解答】 ，则 ，

因为 ，故 ，故 。

故答案为：C.

【分析】利用正弦函数的图像、余弦函数的图像、同角三角函数基本关系式和对数函数的单调性，从而比较出a,b,c的大小。

5.已知水平放置的四边形 按斜二测画法得到如图所示的直观图，其中 ， ， ， ，则原四边形 的面积为（    ）



A.                                      B.                                      C.                                      D.

【答案】 B

【考点】斜二测画法直观图

【解析】【解答】根据直观图知 ，

又因为 ，

所以 。

故答案为：B.

【分析】利用已知条件结合斜二测画法画直观图的方法，从而利用三角形的面积和直角梯形的面积的关系，从而求出原四边形 的面积。

6.设 为锐角，若 ，则 （    ）

A.                               B.                               C.                               D.

【答案】 C

【考点】两角和与差的正切公式

【解析】【解答】因为 ，可得 ，

由 ，所以 ，可得 ，

所以 。

故答案为：C.

【分析】因为 ，可得 ，由 ，可得 ，再利用两角差的正切公式，从而求出的值。

7.南宋时期的数学家秦九韶独立发现的计算三角形面积的“三斜求积术”，其求法是：“以少广求之，以小斜幂并大斜幂减中斜幂，余半之，自乘于上；以小斜幂乘大斜幂减上，为实；一为从隅，开平方得积．”若把以上这段文字写成公式，即 ，其中 、 、 是 内角 、 、 的对边．若 ， ，则 的面积为（    ）

A.                                        B.                                        C. 4                                       D.

【答案】 A

【考点】余弦定理，三角形中的几何计算

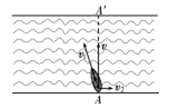
【解析】【解答】由余弦定理可得 ，所以， ，

所以， 。

故答案为：A.

【分析】利用已知条件结合余弦定理得出 ， 再利用 计算三角形面积的“三斜求积术”， 从而求出三角形 的面积 。

8.如图所示，一条河两岸平行，河的宽度为 米，一艘船从河岸的 地出发，向河对岸航行．已知船的速度 的大小为 ，水流速度 的大小为 ，船的速度与水流速度的合速度为 ，那么当航程最短时，下列说法正确的是（    ）



A. 船头方向与水流方向垂直                                    B.   
C.                                                  D. 该船到达对岸所需时间为 分钟

【答案】 B

【考点】平面向量数量积的坐标表示、模、夹角，平面向量数量积的运算，数量积表示两个向量的夹角

【解析】【解答】由题意可知， ，当船的航程最短时， ，而船头的方向与 同向，

由 ，可得 ， ，A选项错误，B选项正确；

，C选项错误；

该船到达对岸所需时间为 （分钟），D选项错误.

故答案为：B.

【分析】利用已知条件结合平行四边形法则和数量积求向量夹角公式，再结合数量积求向量的模的公式和数量积的定义，从而找出说法正确的选项。

**二、多选题**

9.如果一个复数的实部和虚部相等，则称这个复数为“等部复数”．若复数 （ ， 为虚数单位）为“等部复数”，则下列说法正确的是（    ）

A.                     B.                     C.                     D. 复数 是纯虚数

【答案】 A,C

【考点】复数的基本概念，复数的代数表示法及其几何意义，复数求模

【解析】【解答】因为复数 （ ， 为虚数单位）为“等部复数”，

根据“等部复数”的定义，可得 ，即 ，所以 A符合题意；

由 ，所以B不正确；

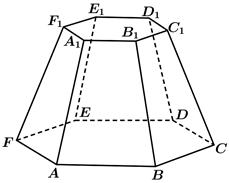
由 ，可得 ，所以C符合题意；

由 ，所以D不正确.

故答案为：AC.

【分析】利用 “等部复数” 的定义求出a的值；再利用复数求模公式求出复数的模；再利用复数与共轭复数的关系，从而求出复数z的共轭复数；再结合复数为纯虚数的判断方法，从而选出说法正确的选项。

10.如图，若 为正六棱台，则下列说法正确的是（    ）



A. 直线 与 是异面直线  
B. 直线 与 平行  
C. 线段 与 的延长线相交于一点  
D. 点 到底面 的距离大于点 到底面 的距离

【答案】 A,B,C

【考点】异面直线的判定，空间中直线与直线之间的位置关系，点、线、面间的距离计算

【解析】【解答】解：若 为正六棱台，

对于A，由不共线的三点 共面， 不在这个面内，故直线 与 是异面直线，正确；

对于B，因为直线 与 平行，直线 与 平行，则直线 与 平行，B符合题意；

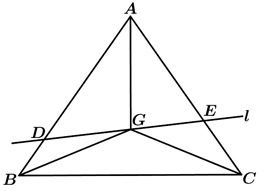
对于C，因为 为正六棱台，则侧棱 与 的延长线相交于一点，正确；

对于D，点 到底面 的距离和点 到底面 的距离都等于棱台的高，故应该相等，D不符合题意；

故答案为：ABC.

【分析】利用正六棱台的结构特征结合已知条件，再利用异面直线的判断方法、两直线平行的判断方法、 点到平面的距离求解方法和比较法，从而找出说法正确的选项。

11.如图，已知点 是边长为1的等边 内一点，满足 ，过点 的直线 分别交 ， 于点 ， ．设 ， ，则下列说法正确的是（    ）



A.             B. 点 为 的重心            C.             D.

【答案】 B,D

【考点】向量的模，平面向量的基本定理及其意义，三点共线，三角形五心

【解析】【解答】解：取 的中点 ， 的中点 ，

则 ，

， ，

， ， 三点共线，

同理 ， ， 三点共线，

是 的重心，

B符合题意；

，

，即 ，

A不符合题意；

所以 ，

D符合题意；

因为 ， ，

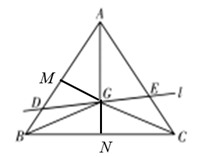
所以 ， ，

所以 ，

又因 三点共线，

所以 ，所以 ，

C不符合题意.



故答案为：BD．

【分析】利用已知条件结合等边三角形的结构特征，再利用向量共线定理和平面向量基本定理，推出 ；再利用重心的定义推出点 为 的重心 ；再结合三点共线的判断方法，从而推出；再结合向量的模求解方法，从而求出 ，进而找出说法正确的选项。

12.已知函数 满足 ，则下列说法正确的是（    ）

A. 函数 的最小正周期为   
B. 函数 的图像向右平移 个单位得到函数 的图像  
C. 若 时，函数 在区间 上单调递减，则实数 的取值范围是   
D. 函数 的值域为

【答案】 A,B,D

【考点】函数的值域，函数单调性的性质，三角函数的周期性及其求法，函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换

【解析】【解答】由题意，函数 满足 ，

即函数 的图象关于 对称，可得 ，

解得 ，即 ，

因为 ，可得 ，所以 ，

可得函数 的最小正周期为 ，所以A符合题意；

函数 的图像向右平移 个单位，可得函数 ，所以B符合题意；

由 时，可得函数

当 时，可得 ，则 ，

因为函数 在区间 上单调递增，，所以C不符合题意；

由

，

令 ，则 ，

所以 ，表示开口向上，且对称轴为 的抛物线，

当 时，可得 ；当 时，可得 ，

即函数 的值域为 。

故答案为：ABD.  
 【分析】利用已知条件结合代入法，从而求出的值，进而求出正弦型函数的解析式，再利用正弦型函数的最小正周期公式，从而求出正弦型函数的最小正周期；再利用正弦型函数的图象变换得出函数 的图像向右平移 个单位得到函数 的图像；再利用已知条件结合函数的单调性，从而利用已知条件函数 在区间 上单调递减，进而求出实数 的取值范围；再利用函数求值域的方法求出函数 的值域为 ， 进而找出说法正确的选项。

**三、填空题**

13.已知 ， ， ，则 \_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【考点】数量积的坐标表达式，数量积判断两个平面向量的垂直关系

【解析】【解答】由题 ， ， ，则 。

故答案为： 。

【分析】利用已知条件结合向量垂直数量积为0的等价关系，再结合数量积的坐标表示，从而求出m的值。

14.能够说明“设 ， ，若 ，则 ”是假命题的一组角 ， 的值依次为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ； （答案不唯一）

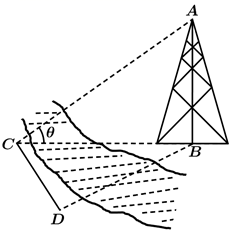
【考点】命题的真假判断与应用

【解析】【解答】解：因为 ， ，且 ，如 ； ，满足 ，但是 ， ，不满足 。

故答案为： ； （答案不唯一）。

【分析】利用已知条件结合命题真假的判断方法，从而得出一组角 ， 的值。

15.如图，测量河对岸的塔高 时，可以选与塔底 在同一水平面内的两个观测点 与 ．现测得 ， ， ，并在点 测得塔顶 的仰角 为 ，则塔高 为\_\_\_\_\_\_\_\_m．



【答案】 10

【考点】正弦定理的应用

【解析】【解答】在 中，因为 ， ，可得 ，

由正弦定理，可得 ，

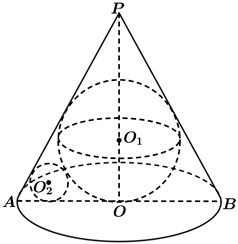
在直角 中，可得 ，

即塔高 为 。

故答案为：10。

【分析】利用已知条件结合三角形内角和为180度的性质，从而求出的值，再利用正弦定理求出BC的长，在直角 中结合正切函数的定义，从而求出塔高AB的长。

16.如图，已知圆锥 的底面半径 的长度为1，母线 的长度为2，半径为 的球 与圆锥的侧面相切，并与底面相切于点 ，则 \_\_\_\_\_\_\_\_；若球 与球 、圆锥的底面和侧面均相切，则球 的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】；

【考点】旋转体（圆柱、圆锥、圆台），球的体积和表面积

【解析】【解答】解：该几何体的轴截面如图所示，



由题意可知 为等边三角形，且边长为2，圆 与三角形的三边都相切，圆 的半径等于球 的半径为 ，则

，解得 ，

因为 ，

所以 ，

因为 ，

所以 ，所以 ，

所以球 的表面积为 。

故答案为： ， 。

【分析】由题意可知三角形 为等边三角形，且边长为2，圆 与三角形的三边都相切，圆 的半径等于球 的半径为 ，再利用两三角形面积相等结合三角形的面积公式，解得 ，因为 ，所以 ，因为 ，所以 ，所以 ，再利用球的表面积公式，从而求出球 的表面积 。

**四、解答题**

17.已知复数 ， ．

（1）求 和 的值；

（2）若 是关于 的实系数方程 的一个根，求实数 ， 的值．

【答案】 （1）由题意，复数 ， ．

所以 ，

．

（2）因为 是关于 的实系数方程 的一个根，

所以 ，整理得 ，

可得 ，解得 ，所以 ， ．

【考点】复数相等的充要条件，复数代数形式的乘除运算，复数代数形式的加减运算

【解析】【分析】（1）利用已知条件结合复数的加法和乘法运算法则，从而求出 和 的值。  
 （2）利用 是关于 的实系数方程 的一个根结合代入法和复数的混合运算法则，再利用复数相等的等价关系，从而求出m,n的值。

18.在 中， 、 、 分别是角 、 、 的对边，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，

从① ，② 这两个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答．

（1）求角 的大小；

（2）若 ， 的面积 ，求 的周长．

【答案】 （1）选①： ， ， ，

， ；

选②：由正弦定理得： ，

在 中， ， ， ，

， ，可得 ，

， ；

（2）由（1）知 ， ， ， ，

由余弦定理可得 ，则 ，

因此， 的周长为 ．

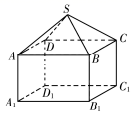
【考点】同角三角函数间的基本关系，正弦定理，余弦定理，三角形中的几何计算

【解析】【分析】（1） 从① ，② 这两个条件中任选一个，补充在问题中并作答。 选①：利用已知条件结合余弦定理和三角形中角A的取值范围，从而求出角A的值。

选②：利用已知条件结合正弦定理得出 ，在 中，因为 ，所以 ，所以 ，再利用两角和的正弦公式结合同角三角函数基本关系式，从而结合三角形中角A的取值范围，进而求出角A的值。

  （2） 由（1）知 ， ，再利用三角形的面积公式结合已知条件，从而求出c的值，再利用余弦定理求出a的值，再结合三角形的周长公式，从而求出三角形 的周长。

19.某同学在劳动实践课上制作了一个如图所示的容器，其上半部分是一个正四棱锥，下半部分是一个长方体，已知正四棱锥 的高是长方体 高的 ，且底面正方形 的边长为4， ．



（1）求 的长及该长方体的外接球的体积；

（2）求正四棱锥的斜高和体积．

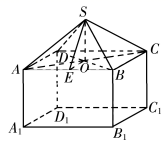
【答案】 （1）∵几何体 为长方体且 ， ，

∴ ，

记长方体外接球的半径为 ，线段 就是其外接球直径，

则 ，∴ ，∴外接球的体积为 ．

（2）如图，设 ， 交于点 ，连结 ，则 为正四棱锥的高，



∵ 为正四棱锥，∴ 为正四棱锥的高，

又长方体的高为 ，∴ ，

取 的中点 ，连结 、 ，则 为正四棱锥的斜高，

在 中， ， ，∴ ，

∵ ， ，∴ ，

∴正四棱锥的斜高为 ，体积为 ．

【考点】棱柱的结构特征，棱柱、棱锥、棱台的体积，球的体积和表面积

【解析】【分析】（1）因为几何体 为长方体且 ， ，再利用勾股定理求出长方体的体对角线的长，进而求出 的长；记长方体外接球的半径为 ，线段 就是其外接球直径，从而求出外接球的直径，进而求出外接球的半径，再利用外接球的体积公式，从而求出该长方体的外接球的体积。

（2） 设 ， 交于点 ，连结 ，则 为正四棱锥的高，因为 为正四棱锥，所以 为正四棱锥的高，又因为长方体的高为 ，所以利用中点的性质求出 ，取 的中点 ，连结 、 ，则 为正四棱锥的斜高，在 中， ， ，利用勾股定理求出 的长，再利用四边形的面积公式结合四棱锥的体积公式，从而求出正四棱锥的斜高为 ，体积为 。

20.在 中， ， ， 分别是角 ， ， 的对边， ， ．

（1）求角 的大小及 外接圆的半径 的值；

（2）若 是 的内角平分线，当 面积最大时，求 的长．

【答案】 （1）由 ，得 ，

∴ ，∴ ，

∵ ，∴ ，∴ ，解得 ，

由正弦定理得， ，解得 ．

（2）在 中，由余弦定理得， ，

∴ ，∴ ，当且仅当 时等号成立．

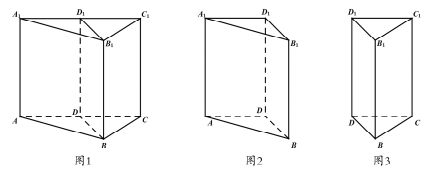
此时 最大，且 为等腰三角形， ，∴ ， ，

在 中，由正弦定理得： ，∴ ．

【考点】三角函数的恒等变换及化简求值，二倍角的余弦公式，正弦定理，余弦定理

【解析】【分析】（1）利用已知条件结合二倍角的余弦公式和辅助角公式，化简函数为正弦型函数，再利用三角形中角B的取值范围，进而求出角B的值，再结合正弦定理的性质，从而求出三角形 外接圆的半径 的值。  
 （2） 在 中，由余弦定理和均值不等式求最值的方法得出 ，当且仅当 时等号成立，此时 最大，且 为等腰三角形， ，所以 ， ，在 中，由正弦定理求出AD的长。

21.如图1，在直三棱柱 中， ， ， ， ， 分别为 ， 的中点，平面 将三棱柱分成两个新的直三棱柱（如图2，3所示）．



（1）若两个新直三棱柱的表面积之和为72，求实数 的值；

（2）将图2和图3两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱，若组成的所有直四棱柱的表面积都小于132，求实数 的取值范围．

【答案】 （1）解：∵ ， 为 的中点，∴ ，

又 ， ，∴ ，

易知三棱柱被平面 分割成两个相同的直三棱柱，

每个直三棱柱的表面积为： ，

∴两个新直三棱柱的表面积之和 ，解得： ．

（2）由题可知：图2、图3的两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱时，共有4种可能的情形：

①当底面是边长为 ， 的矩形，侧棱长为 的直四棱柱时，

表面积 ，

②当底面是边长为 ， 的平行四边形，侧棱长为 的直四棱柱时，

表面积 ，

③当底面是边长为 ， 的平行四边形，侧棱长为 的直四棱柱时，

表面积 ，

④当底面是边长为 ， 的四边形（非矩形），侧棱长为 的直四棱柱时，

表面积 ，

由上可知：表面积的最大值为 ，由题意得： ，解得： ．

∴实数 的取值范围是 ．

【考点】棱柱、棱锥、棱台的侧面积和表面积

【解析】【分析】（1） 因为 ， 为 的中点，再利用等腰三角形三线合一推出线线垂直，所以 ，又因为 ， ，所以 ，易知三棱柱被平面 分割成两个相同的直三棱柱，再利用直三棱柱的表面积公式结合求和法和已知条件，从而求出k的值。  
 （2） 由题可知，图2、图3的两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱时，共有4种可能的情形，再利用分类讨论的方法结合直四棱柱的表面积公式，从而得出表面积的最大值为 ，由题意得 ，再解一元二次不等式求出实数 的取值范围。

22.已知向量 ， ，函数 ．

（1）求函数 的解析式和单调递增区间；

（2）若 ， ， 分别为 三个内角 ， ， 的对边， ， ， ，试判断这个三角形解的个数，并说明理由；

（3）若 时，关于 的方程 恰有三个不同的实根 ， ， ，求实数 的取值范围及 的值．

【答案】 （1）解：由题意知， ，

令 ，解得： ，

∴ 的单调递增区间为 ．

（2）∵ ，∴ ， ，即 ， ，

又∵ ，∴ ．

假设三角形存在，由正弦定理可得， ，∴ ，

①当 时， ，∵ ，∴三角形无解．

②当 时， ，∴ ，三角形有唯一解．

③当 时， ，此时 ，

∵ ，∴ 有两个不同的值，故三角形有两解．

④当 时， ，∴ ，故三角形有唯一解．

综上所述，当 时，三角形无解；当 或 时，三角形有唯一解；

当 时，三角形有两解．

（3）∵ ，

∴方程 可化为 ，

即 ，

化简得： （\*），即 ，

∴ 或 ，

又 时，方程（\*）有三个不同的实根，且当 时， ，

∴ 在 上有两个不同的实根为 ， ，

又∵ ，∴ ，∴ ，解得： ，

易知 ， 关于 对称，∴ ，即 ，∴ ．

综上所述， 的取值范围为 ， 的值为 ．

【考点】函数的单调性及单调区间，三角函数的恒等变换及化简求值，正弦定理

【解析】【分析】（1）利用已知条件结合数量积的坐标表示和辅助角公式，从而化简函数为正弦型函数，再利用正弦型函数的图像判断出正弦型函数的单调性，进而求出正弦型函数的单调递增区间。  
 （2）利用已知条件结合正弦定理和分类讨论的方法，从而得出当 时，三角形无解；当 或 时，三角形有唯一解；当 时，三角形有两解。  
 （3）因为  ，所以方程 可化为 ，所以 或 ，又因为 时，方程（\*）有三个不同的实根，且当 时， ，所以 在 上有两个不同的实根为 ， ，又因为 ，所以 ，∴所以 ，易知 ， 关于 对称，再利用图形的对称性，所以 ，所以 。